



# Кубок ЛФИ

9.s07.e05

## Hint 2

Друзья!

В качестве Второго Хинта Пятого Эпизода Седьмого Сезона Кубка ЛФИ мы не будем предлагать вам Альтернативную задачу. Это соответствует Правилам Кубка и максимально правильно в контексте Пятого Эпизода, где мы ставим себе цель познакомить Участников с каким-то интересным явлением или областью физики.

Вместо Альтернативной задачи мы предложим вам ответы на упражнения, которые были в самом Эпизоде, а также предложим несколько дополнительных упражнений, которые также могут оказаться вам полезны для решения Основной задачи.

## Ответы на упражнения

1. **Упражнение.** Считая, что видимый диапазон электромагнитного излучения лежит в интервале от 400 нм до 750 нм, найдите диапазон энергий, которым могут обладать кванты света видимого диапазона.

**Ответ:** по формуле  $E = h\nu$  получаем диапазон энергий от  $2.648 \cdot 10^{-19}$  Дж (1.66 эВ) до  $4.965 \cdot 10^{-19}$  Дж (3.1 эВ).

2. **Упражнение.** Используя правило квантования Бора-Зоммерфельда покажите, что  $L = nh/(2\pi)$ .

**Ответ:** При движении по окружности модуль момента импульса (импульс перпендикулярен радиусу)  $L = pR$ , а правило квантования Бора-Зоммерфельда даёт  $2\pi R p = nh$ , откуда  $L = nh/(2\pi)$ .

3. **Упражнение.** Попробуйте объяснить, почему в потенциальную яму притягивается дополнительно только один электрон, а не два, три или больше.

**Рекомендация:** если вы правильно оценили суммарный заряд трубки из ионов, который образуется после пролёта электрона, то становится понятно, почему в куперовской паре именно два электрона.

4. **Упражнение.** Рассматривая энергию как функцию параметра порядка  $\eta$ , коэффициенты которой зависят от температуры образца  $T$ , исследуйте количество возможных положений равновесия для данного выражения в зависимости от знака коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ .

**Ответ:** [здесь](#) ссылка на графический калькулятор, где вы можете самостоятельно установить соответствие между знаком  $\alpha, \beta$  и количеством локальных минимумов. Всего возможны 4 случая:

- (a)  $\alpha > 0, \beta > 0$  - парабола четвертой степени с одним локальным минимумом. Данный потенциал соответствует обычной фазе с параметром порядка  $\eta = 0$ .

- (b)  $\alpha < 0, \beta > 0$  - потенциал типа «мексиканской шляпы», в нем два локальных минимума с  $\eta \neq 0$ . Этот потенциал соответствует упорядоченной фазе после перехода.
- (c)  $\alpha > 0, \beta < 0$  - потенциал, имеющий один локальный минимум и два локальных максимума, однако в нем система может иметь неограниченную отрицательную энергию, что приводит к  $\eta \rightarrow \infty$ . Данное следствие не является свойством реальных физических систем.
- (d)  $\alpha < 0, \beta < 0$  - перевернутая парабола. Не является реалистичной моделью по причинам аналогичным прошлой ситуации.

5. **Упражнение.** Какой знак у коэффициентов  $\alpha(T)$  и  $\beta(T)$  при температурах выше критической, когда образец может находиться только в состоянии обычного проводника и других равновесных состояний быть не может.

**Ответ:** см. прошлое упражнение  $\alpha > 0, \beta > 0$ .

6. **Упражнение.** Какой знак у коэффициентов  $\alpha(T)$  и  $\beta(T)$  при температурах ниже критической.

**Ответ:** см. прошлое упражнение  $\alpha < 0, \beta > 0$ .

## Новые упражнения

Не благодарите. ~~Хотя, возможно, вы и не собирались.~~

**Упражнение 1.** Между двумя атомами в молекуле действуют упругие силы притяжения (силы химической связи). Коэффициент упругости  $\beta$ . Полагая, что масса первого атома  $M$  значительно превосходит массу  $m$  второго атома, определите, используя правила квантования Бора-Зоммерфельда, разрешенные значения колебательной энергии молекулы.

**Упражнение 2.** Оцените длину когерентности электронов, вступающих в образование куперовских пар, используя метод размерностей, считая определяющими параметрами постоянную Планка  $h$ , постоянную Больцмана  $k_B$ , скорости Ферми  $v_F$  (см. основной текст задачи), а также температуру фазового перехода  $T_c$ .

**Упражнение 3.** Вблизи температуры плавления железо кристаллизуется в объёмноцентрированную кубическую решётку (элементарный куб с ионами в узлах с дополнительным ионом в центре) из гранецентрированной решётки (элементарный куб с ионами в узлах с дополнительными ионами в каждой грани куба), причём постоянная решётки изменяется в 0,85 раз. Во сколько раз изменяется при этом плотность железа?

**Упражнение 4.** На вертикально расположенное жёсткое кольцо радиуса  $R$  надета бусинка массой  $m$ . Кольцо приводится во вращение с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг вертикальной оси. Представьте возможные варианты графиков зависимости  $E(\varphi)$  — части полной энергии бусинки, которая зависит от центрального угла  $\varphi$  (указывающего на положение бусинки относительно её положения в нижней точки кольца), в зависимости от частоты  $\Omega$ . Укажите, при какой частоте  $\Omega$  происходит существенное изменение этой зависимости. Ускорение свободного падения  $g$ .

**Упражнение 5.** Диэлектрический ферромагнитный кристалл имеет два основных вклада в теплоёмкость: от колебаний решётки и от взаимодействия магнитных моментов. Из теории твёрдого тела известно, что оба вклада имеют степенной характер зависимости от температуры, причём степени отличаются в два раза. Ниже представлена таблица с данными теплоёмкости железо-иттриевого граната от температуры  $C(T)$ . Используя эти данные и описав порядок действий, определите показатели степени.

Таблица 1: Экспериментальные значения теплоёмкости образца железо-иттриевого граната

$T$ (К)	$C$ (Дж/(м <sup>3</sup> · К))
1,5605	13,187
1,6917	15,994
1,8171	19,030
1,9385	22,343
2,0565	25,584
2,1717	29,041
2,2842	32,801
2,3945	36,810
2,5028	41,021
2,5654	43,706
2,6684	48,014
2,7700	52,716
2,8699	57,067
2,9686	62,221
3,0659	67,143
3,1619	72,333
3,2568	77,300
3,3506	83,179
3,4433	88,879
3,5350	94,831
3,6258	100,831
3,7157	107,211
3,8047	113,703
3,8929	119,911
3,9803	126,555
4,0670	133,926
4,1530	140,428
4,2383	147,529
4,3229	155,522
4,3634	159,028