

Кубок ЛФИ

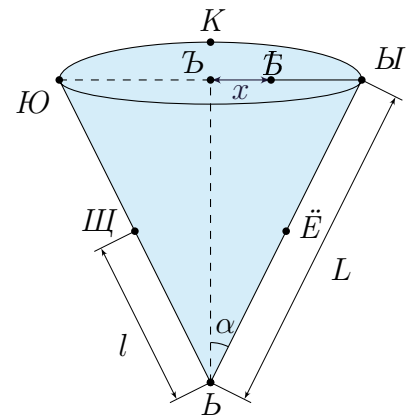
9.s05.e01

*Знаешь, в чем твоя проблема, Антиц?
Ты слишком много думаешь.
Муравей Антиц*

Муравьишка-Пилигримъ

По боковой поверхности газетного кулёчка в виде прямого конуса с углом полураствора α и по его основанию может ползать Муравьишка-Путешественник. Длина образующей кулёчка L . В пунктах 1–5 Муравьишка стартует с буквы \mathcal{C} её словами «Ща стартану!», напечатанной на внешней поверхности кулёчка на расстоянии l от вершины конуса.

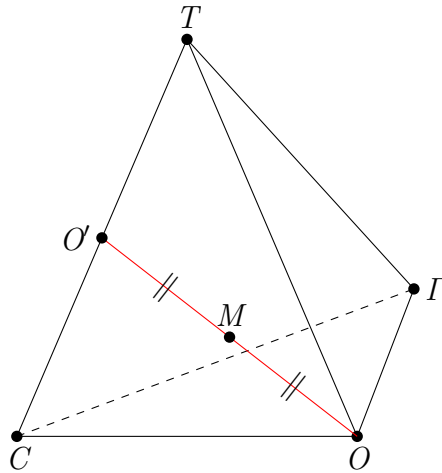
В пунктах 1 и 2 кулек заполнен семечками и закрыт, а Муравьишка может путешествовать как по боковой поверхности, так и по основанию конуса. В пунктах 3–5 у кулёчка аккуратно отрывают основание и Муравьишка может бегать только по его боковой поверхности.



Определите:

- (1 балл) За какое минимальное время $\tau_{B\bar{I}}$ Муравьишка может добраться до буквы $B\bar{I}$, двигаясь с постоянной скоростью v ; буква $B\bar{I}$ находится на границе основания кулёчка в одной плоскости с его осью $B\bar{B}$ и буквой \mathcal{C} (см. рисунок); в этом пункте считайте, что кулек свернут так, что $\alpha = \pi/6$.
- (1 балл) За какое минимальное время $\tau_{\bar{B}}$ Муравьишка может добраться до буквы \bar{B} , двигаясь с постоянной скоростью v ; буква \bar{B} напечатана на отрезке $\bar{B}B\bar{I}$ и находится на расстоянии x от буквы \bar{B} (см. рисунок). Для упрощения анализа при расчётах в данном пункте считайте, что кулек скручен так, что $l = 0,5L$, $\alpha = 0,8$ рад, $x = 0,7R$, где R — радиус окружности в основании кулёчка;
- (1 балл) За какое минимальное время $\tau_{\bar{E}}$ Муравьишка может доползти до буквы \bar{E} , которая симметрична букве \mathcal{C} относительно оси $B\bar{B}$ (см. рисунок). При этом Муравьишка хочет увидеть, что напечатано на внутренней поверхности кулёчка, поэтому он сначала бежит к его основанию со скоростью v , быстро заглядывает внутрь, после чего ползёт к букве \bar{E} , но под грузом полученных знаний его скорость становится $v/2$. В этом пункте кулек свернут так, что $\alpha = \pi/4$, а $l = 0,6L$.
- (1 балл) За какое минимальное время $\tau_{2B\bar{I}}$ Муравьишка может добраться до буквы $B\bar{I}$ при условии, что он сначала двигается по боковой поверхности кулёчка до любой произвольной точки на образующей BK с постоянной скоростью v , затем от данной точки на образующей BK до буквы $B\bar{I}$ с постоянной скоростью $v/2$ (см. все тот же рисунок); точка K находится на окружности в основании кулёчка на середине дуги $ЮКЫ$; в данном пункте кулек свернут так, что $l = L/2$, $\alpha = \pi/6$;

5. (3 балла) Муравьишка увлекся чтением газеты, из которой сделан кулёк, и запри­метил интересную букву \mathfrak{H} на расстоянии $l/2$ от буквы B . Он начал к ней движение таким образом, что его скорость стала изменяться по закону $v(r) = a/r$, где a — неизвестная постоянная величина, а r — расстояние до буквы B . Муравьишка очень хотел добежать до нее как можно скорее, поэтому выбрал такую траекторию, чтобы добраться до буквы \mathfrak{H} за минимальное время при этом не теряя ее из вида, т. е. не совершив ни одного полного витка вокруг кулёка. Найдите угол между вектором скорости Муравьишки в начале пути и образующей BY , если на подходе к букве \mathfrak{H} он двигался параллельно основанию конуса.
6. (3 балла) Муравьишку сдуло резким порывом ветра с кулёка, и когда ветер утих, он обнаружил себя на пакете молока в виде правильного тетраэдра. Когда он пришел в себя, то обнаружил, что сидит на букве M , которая оказалась серединой высоты OO' . Чтобы лучше рассмотреть заходящее солнце, Муравьишка решил добежать до ребра TT' и, по профессиональной привычке, он захотел это сделать за наименьшее время. По грани TCO Муравьишка ползает со скоростью v , а на гранях TGO и TGC живут его старые знакомые Гусеница-Землемер и Паук-Сенокосец соответственно, которые всегда готовы подвезти Муравьишку-Путешественника по своей грани. Скорость Гу­сеницы при этом равна $\sqrt{3}v$, а Паука $10,2v$. Поскольку пакет молока стоит на земле, то Муравьишка не может перемещаться по грани CTO . За какое минимальное время он доберется от буквы M до ребра TT' ? Длина ребра тетраэдра равна a .



Для решения некоторых из пунктов вам могут быть полезны математические и молочные пакеты. Численные ответы необходимо представить с точностью не менее 1%.

Первая подсказка — 29.04.2024 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 01.05.2024 12:00 (МСК)

Окончание первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)

Разбор первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)