



Кубок ЛФИ

9.s05.e01

Hint 2

ВАЖНО! Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

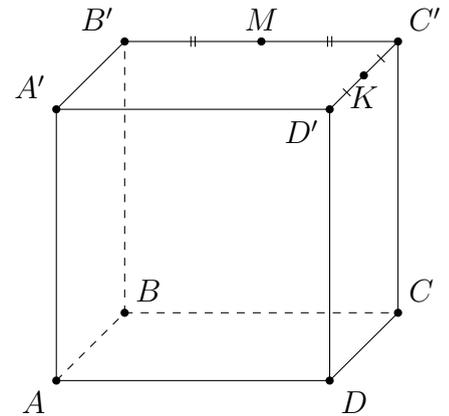
где p_i — балл за пункт, а k_i — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка.

Альтернативная задача

Часть 1. Муравьишка и Кубик

Муравьишка-Путешественник встретил на Кубе Кубик ЛФИ и по профессиональной привычке решил перемещаться между заранее выбранными его точками за минимальное время. В каждом из пунктов Муравьишка стартует из точки A . Длина ребра Кубика равна a . Во всех пунктах Муравьишка из уважения к Кубику может передвигаться только по граням $ABCD$, $AA'D'D$, $A'B'C'D'$, $BCC'B'$.

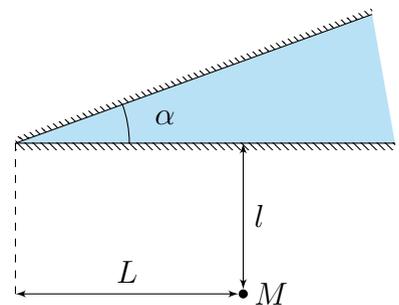


1. (0,5 балла) Муравьишка движется по всем доступным ему граням с одинаковой скоростью v . За какое минимальное время t_{AM} Муравьишка сможет добраться от точки A до точки M — середины ребра $B'C'$?
2. (2 балла) Муравьишка движется с постоянной скоростью v по граням $ABCD$, $AA'D'D$, а по граням $A'B'C'D'$, $BCC'B'$ с постоянной скоростью $1,3v$. За какое минимальное время t_{AK} Муравьишка сможет добраться от точки A до точки K — середины ребра $D'C'$?
3. (0,5 балла) За какое минимальное время t_{AD} он сможет добежать с постоянной скоростью v до точки D , если по пути он хочет добежать до ребра $A'D'$?

Часть 2. Как не сесть в лужу

Муравьишка в своем путешествии оказался недалеко от лужи и захотел через нее перебраться. По суше Муравьишка бежит со скоростью v , а по луже его может подвезти его друг Водомерка со скоростью $v/\sqrt{2}$.

Угол α равен 30° . Геометрические параметры представлены на рисунке. Известно, что $L = 2l$. В начальный момент времени Муравьишка-Путешественник находится в точке M .



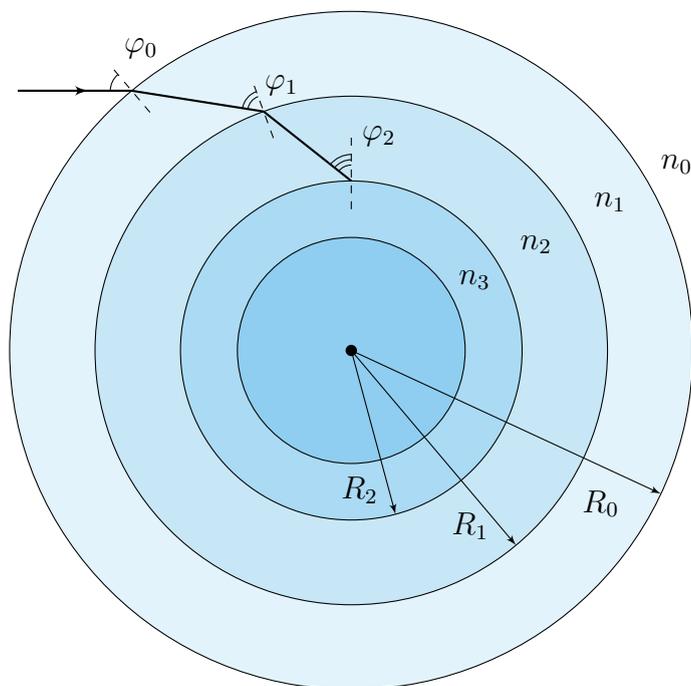
1. (0,5 балла) За какое время он достигнет противоположного «берега» лужи, если он всегда будет двигаться по перпендикулярам к следующей пересекаемой границе?
2. (0,5 балла) За какое время он доберется до противоположного «берега», если его скорость всегда направлена под углом 60° к ближайшей границе лужи так, чтобы приближаться к вершине угла в процессе движения?
3. (0,5 балла) За какое время он доберется до противоположного «берега», если его скорость всегда направлена под углом 30° к ближайшей границе лужи так, чтобы приближаться к вершине угла в процессе движения?
4. (3 балла) Чему равно минимальное возможное время движения Муравьишки до противоположенного «берега»?

Считайте, что расстояние l известно. В пунктах 2,3 угол задан относительно горизонтальной границы.

Часть 3. Сфера

Луч света падает под углом $\varphi_0 = 45^\circ$ на оптическую систему, состоящую из concentрических сфер разного радиуса и разного показателя преломления. Радиусы сфер равны $R_N = R/2^N$, а показатели преломления $n_N = n_0 \cdot 2,5^N$, где N – номер сферы (см. рисунок). Найдите:

1. (2,5 балла) угол падения луча φ_{34} при прохождении границы раздела сред 3 – 4?



Для решения некоторых пунктов вам могут быть полезны математические пакеты. Численные решения необходимо представить с точностью не менее 1%.