

Кубок ЛФИ 2023

9.s04.e03

*Выдающийся художник... подсматривает
за природой и крадёт у неё инструменты.*

Томас Икинс

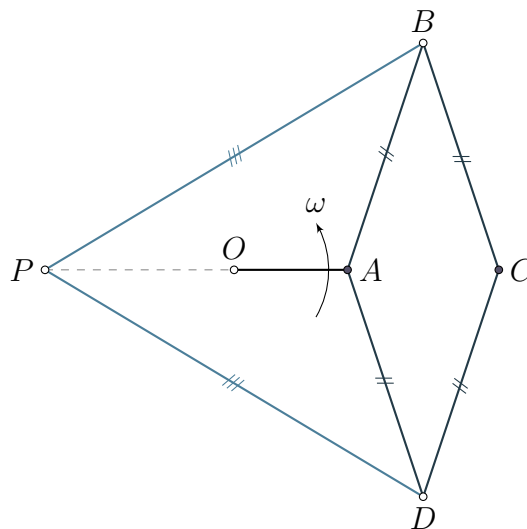
Мастерская Ганса

Ранним пасмурным утром Ганс подошёл к своей мастерской и увидел, что дверь открыта. Войдя внутрь, он обнаружил, что почти ничего не изменилось. Только на верстаке лежали странный механизм и письмо с новым заказом, который нужно исследовать и доработать.

День I. Кинематика

Первоначальный вариант механизма

Конструкция представляет собой шарнирно скрепленные стержни, изображенные на рисунке. Длины стержней такие, что $PD = PB = 8l$, $AB = BC = CD = DA = 4l$, $OA = d = 3l$, а точки P и O закреплены так, что расстояние между ними равно $3l$. В начальный момент времени шарниры P , O и A находятся на одной прямой. Ганс запускает механизм, и точка A начинает двигаться по окружности с центром в точке O с постоянной угловой скоростью ω . Для этого и всех последующих модификаций механизма считает, что стержень OA может беспрепятственно пересекать стержни PB и PD , а другие стержни попарно друг через друга не проходят.



1. (1 балл) В течение какого времени такое движение возможно?

2. (1 балл) Найдите максимальное и минимальное расстояния от точки C до точки P в процессе данного движения.
3. (1 балл) Найдите максимальную и минимальную скорости точки C в процессе данного движения.
4. (1 балл) Найдите зависимость радиуса кривизны траектории точки C от времени.

Модифицированный механизм

Ганс модифицировал конструкцию и изменил ее геометрические параметры. Теперь $PB = PD = a$, $PO = c$, $AO = c/\sqrt{2}$, $AB = BC = CD = DA = b$. Он вернул ее в первоначальное положение (точки P , O и A находятся на одной прямой) и запустил механизм так, что точка A снова движется по окружности вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω .

5. (1 балл) При каких условиях точка A сможет совершить полный оборот вокруг точки O ?

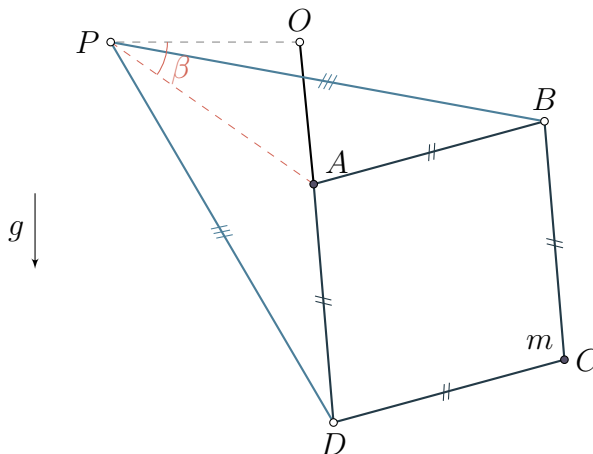
В следующих пунктах данного раздела считайте, что эти условия выполнены.

6. (1 балл) Найдите максимальное и минимальное расстояния от точки C до точки P в процессе данного движения.
7. (1 балл) В какие моменты времени скорость точки C направлена вдоль вектора \overrightarrow{PC} ?
8. (1 балл) Найдите центростремительное ускорение точки C в момент времени, когда угол между OP и OA равен $\pi/4$.

День II. Статика

Согласно заказу, который получил Ганс, все стержни конструкции и шарниры должны были быть невесомыми за исключением шарнира C . Ганс собрал новый прототип, обладающий всеми этими свойствами, и закрепил точки P и O на одной горизонтали на расстоянии c (см. рис.). Длины стержней в новом прототипе $PB = PD = a$, $AB = BC = CD = DA = b$, и $OA = d$.

Шарнир C имеет массу m и много тяжелее всех остальных частей системы.

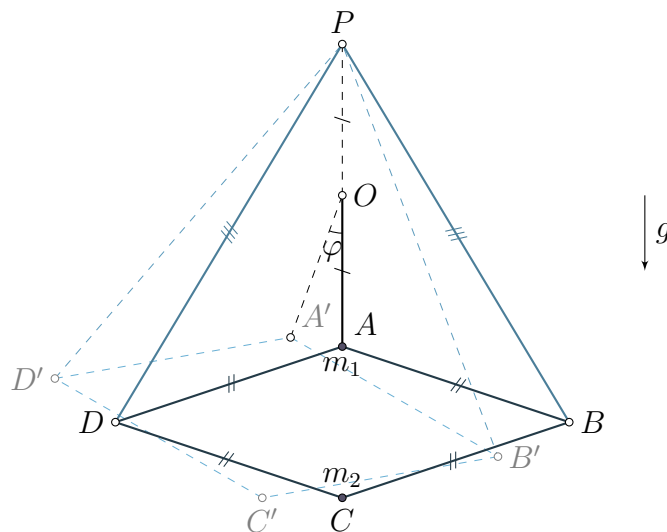


9. (1 балл) Найдите все возможные значения угла β , при которых прототип находится в равновесии, и исследуйте эти положения на устойчивость.

День III. Динамика

За пару дней до встречи с Заказчиком Ганс получил от него письмо с новыми требованиями. В них говорилось, что массивными должны быть шарниры A и C и их массы должны быть равны m_1 и m_2 соответственно. Ганс собрал такой прототип и закрепил его в точках P и O на одной вертикали. Остальные части конструкции можно считать невесомыми, трения в системе нет.

Ганс отклонил стержень OA на малый угол φ от положения равновесия и отпустил без начальной скорости.



10. (1 балл) Найдите ускорение точки A в этот момент времени.

Первая подсказка — 08.05.2023 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 10.05.2023 12:00 (МСК)

Окончание третьего тура — 12.05.2023 20:00 (МСК)

Разбор третьего тура — 12.05.2023 20:00 (МСК)