

Кубок 7 ЛФИ

11.s07.e03

*Пятерочка выручает!
Слоган*

Ам НяМ

В ходе своей охоты за леденцом доблестный Ам НяМ сам не понял, как оказался в параболической коробке. «Шош уж тут уж», — подумал Ам НяМ: «Тут уж, как говорится, шош уж», и стал изучать своё новое жилище. Через некоторое время он обнаружил, что если бросать леденец, то он упруго отражается от стенок коробки. Это настолько обрадовало Ам Няма, что он начал проводить серию экспериментов. В этом Эпизоде ваша задача помочь монстру изучить данное явление.

Общая постановка задачи

Во всех пунктах Эпизода считайте, что монстр находится в плоскости, где введена прямоугольная система координат Oxy , где ось Ox направлена вправо, ось Oy — вверх.

Разработчики игры сделали так, что ускорение свободного падения направлено вниз и равно $g = 1 \text{ м/с}^2$. Коробка имеет форму параболы $y = \kappa x^2$, где $\kappa = 1 \text{ м}^{-1}$. Леденец в виде шарика пренебрежимо малого размера, но массы $m = 1 \text{ кг}$ свободно прыгает в ней в поле тяжести, упруго отражаясь от её дна бесконечно много раз. Монстра очень сильно интересуют свойства получающейся траектории. А, значит, и вас тоже.

Мы будем называть траекторию шарика периодической с периодом N , если через N соударений со стенками короба леденец возвращается в исходное положение со скоростью, равной по модулю и направлению начальной¹ и это невозможно за меньшее число соударений.

Считайте, что во всех пунктах где не оговорено иное, Ам НяМ может бросать леденец из любой точки в любом направлении, которые позволяют энергетические ограничения.

Координаты всех точек здесь и далее указаны в метрах.

Периодические траектории

1. (1 балл) Отсчитывая потенциальную энергию поля тяжести от уровня $y = 0 \text{ м}$, определите минимальную полную энергию E_2 , которой может обладать леденец на траектории периода 2.
2. (1 балл) Ам НяМ бросает леденец так, что его полная энергия равна $E > E_2$, а траектория периодична с периодом 2. Найдите огибающую всех таких траекторий.

¹То есть в ту же точку фазового пространства.

3. (2 балла) Ам Ням бросает леденец из точки $\mathcal{Z}(-0,5, 0,25)$. Под каким углом к горизонту нужно бросить леденец со скоростью $v_0 = 0,7$ м/с, чтобы получилась траектория периода 4? С какой минимальной скоростью v_{\min} можно бросить леденец из этой точки, чтобы полученная траектория имела период 4? (Разрабы заложили возможность бросать леденец под любым углом к горизонту)

Простреливаемая область

4. (2,5 балла) Леденец запускают из точки $\mathcal{Z}(-1,2)$ с начальной скоростью $v_1 = 1$ м/с. Найдите границу простреливаемой области. Доказывать, что леденец обязательно окажется в каждой точке внутри границы не нужно.
5. (2 балла) Как изменится ответ на предыдущий пункт, если $v_2 = 0,3$ м/с?
6. (1 балл) При какой скорости $v_2 < v_{\text{кр}} < v_1$ характерный вид простреливаемой области качественно изменяется?
7. (0,5 балла) Леденец бросают из точки $\mathcal{Z}(-1,2)$ с начальной скоростью v . Под каким углом $\varphi(v)$ к горизонту нужно совершить бросок, чтобы леденец (возможно, через несколько отскоков) максимально приблизился к точке с наибольшим возможным значением $x = x_{\max}$?

Да, это идеальный леденец и не прилипает к коробу.

Нулевой Хинт — 10.05.2026 17:02 (МСК)

Первый Хинт — 11.05.2026 20:00 (МСК)

Второй Хинт — 14.05.2026 12:00 (МСК)

Окончание Третьего Эпизода — 15.05.2026 20:00 (МСК)

Разбор Третьего Эпизода — 15.05.2026 20:00 (МСК)