



Кубок ЛФИ

11.s05.e05

Hint 2

ВАЖНО! Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

где p_i — балл за пункт, а k_i — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrecr. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка. **С момента перехода на альтернативную подборку возможности вернуться к решению основной задачи нет.** Также, после перехода на альтернативную задачу **баллы за основную задачу обнуляются.**

Введение

Рядом с папкой были черновики, из которых внимательный Наблюдатель мог узнать как Ганс пришел к тем или иным результатам своей основной работы.

Альтернативная задача

Часть 1. При чем тут ядерные реакции?

Правильный игральный кубик бросили 3 раза и сумма результатов оказалась равной 6.

1. (0 баллов) Какие возможны последовательности результатов бросков кубика?
2. (0 баллов) Какая последовательность самая вероятная?
3. (1 балл) Какой набор результатов самый вероятный?

Часть 2. Теплопроводность

Данная часть не помогает в решении основной задачи. Она призвана углубить ваше понимание работы термоядерных реакторов.

Изучим вопросы, сопутствующие термоядерному синтезу. Известно, что во Вселенной термоядерные реакции происходят в недрах звёзд при высоких (порядка 10^7 К) температурах. Там плазма удерживается огромными по величине гравитационными силами¹. Даже для сравнительно невысоких плотностей плазменного вещества, звезда остаётся устойчивой. При создании установки, осуществляющей термоядерный синтез в лабораторных, условиях возникает проблема. Во-первых, очень сложно удерживать плазму в ограниченном объёме. Во-вторых, частицы плазмы движутся к стенкам реактора, создавая тем самым тепловые потоки колоссальной мощности.

Оценим тепловую мощность, приходящую к стенкам реактора. Определим поток тепла j как количество теплоты, проходящее через единицу площади некоторой площадки в единицу времени. Для простоты будем рассматривать одномерную ситуацию. Пусть $\varepsilon(x) = c_V T(x)$ — энергия частицы, находящейся на координате x , где c_V — теплоёмкость, приходящаяся на одну частицу. $N^{(\uparrow)}$ и $N^{(\downarrow)}$ — количества частиц, проходящих через плоскость, находящуюся на координате x , за время свободного пробега. Понятно, что если газ как единое целое никуда не движется, то $N^{(\uparrow)} = N^{(\downarrow)}$.

1. (1 балл) Выведите формулу для потока тепла. Воспользуйтесь следующим планом вычислений:
 - а) Запишите энергию, которая проходит через плоскость, находящуюся на координате x .
 - б) Упростите выражение, используя равенства $N^{(\uparrow)} = N^{(\downarrow)}$ и $\varepsilon(x) = c_V T(x)$.
 - в) Запишите окончательное выражение для потока тепла в виде $j = \alpha \frac{dT}{dx}$, где α называется коэффициентом теплопроводности. Выразите α в терминах длины свободного пробега λ , скорости частиц v , плотности плазмы ρ и удельной теплоёмкости плазмы $c_V^{(m)}$ при постоянном объёме. Удельная теплоёмкость — это теплоёмкость на единицу массы.
2. (1 балл) Оцените численное значение потока тепла при толщине переходного слоя от активной зоны реактора к окружающей среде в 1 км. Характерная температура активной зоны $T = 10^8$ К.

¹Массы звёзд очень велики. Например, масса Солнца составляет приблизительно 10^{30} кг.

Существует следующее гипотетическое решение вопроса об удержании частиц плазмы: предлагается поместить её в сильное магнитное поле. Тогда заряженные частицы будут описывать винтовые траектории вокруг силовых линий магнитного поля, и пространство «обитания» частиц плазмы будет ограниченным.

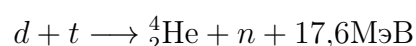
3. (1 балл) Найдите характерную величину индукции магнитного поля, необходимую для удержания частиц — т.е. для того, чтобы частицы вследствие своего теплового движения существенно не перемещались перпендикулярно линиям магнитной индукции. Известными считайте массы частиц и их заряды (частицы — электроны), температуры компонент ($T = 10^8$ К), а также концентрацию ($n = 10^{15}$ см⁻³).

Часть 3. Плазма

1. (0 баллов) Пространство заполнено идеальным газом с радиусом частиц R и концентрацией n . Оцените среднюю длину пробега частиц. Найдите численное значение при $R = 10^{-10}$ м и $n = 10^{25}$ м⁻³. Считайте, что молекулы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, но при сближении на расстояние, меньшее суммы радиусов, происходит столкновение.
2. (0,25 баллов) Быстрый электрон влетает в область, где находятся нейтральные атомы с концентрацией n . При каждом ударе об атом он теряет $\alpha = 0,1\%$ от своей энергии. Эффективную площадь для расчета ударов считайте равной S . Оцените расстояние, на котором электрон потеряет половину своей энергии. Найдите численное значение для $n = 10^{25}$ м⁻³ и $S = 4 \cdot 10^{-20}$ м².
3. (0,25 баллов) Найдите напряженность электрического поля для равномерно заряженного бесконечного слоя толщиной h . Объемная плотность зарядов равна ρ . Постройте график зависимости напряженности электрического поля от расстояния до центрального сечения слоя.
4. (0,25 баллов) Поперек равномерно заряженного бесконечного слоя толщиной $2d$ и с плотностью заряда ρ сделан узкий сквозной канал. В канал влетает со скоростью v_0 электрон. Найдите скорость электрона на середине и на выходе из канала.
5. (0,25 баллов) В канал влетает со скоростью v_0 электрический диполь массы m и с дипольным моментом p . Скорость диполя увеличивается. Найдите скорость диполя на середине канала. Найдите скорость диполя на выходе из канала.

Часть 4. Déjà vu

В этом разделе вам предлагается получить критерий, выполнение которого обеспечит выход на нулевую полезную мощность термоядерной электростанции. Пусть в некотором ограниченном объеме находится плазма, состоящая из ядер дейтерия и трития, а также электронов, образовавшихся в процессе их ионизации. Все компоненты плазмы ведут себя как идеальный газ. Известно, что количество реакций синтеза дейтерия и трития



в единице объема за единицу времени описывается формулой:

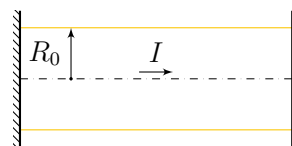
$$A \cdot n^2 \cdot T^{1/2},$$

где n - известная концентрация каждого из типов ядер внутри реактора, T - известная температура всех составляющих плазмы, A - известная константа. Считайте, что все продукты реакций, не взаимодействуя с плазмой, достигают стенок реактора и передают им всю свою кинетическую энергию в виде тепла, а те, в свою очередь, преобразуют ее в электричество и уже оно в дальнейшем используется для нагрева/поддержания температуры плазмы, при этом описанная система обратной связи работает с КПД η . Известно, что если «остановить» механизм обратной связи и процессы ядерных реакций, то плазма начнет остывать с характерным временем остывания τ , которое определяется конструктивными особенностями реактора и является одним из ключевых его параметров. Здесь характерное время остывания – время, за которое плазма достигнет нулевой температуры, если будет остывать с постоянной скоростью, равной начальной.

1. (1 балл) При каком условии на величину $n\tau$ возможен процесс работы реактора так, что описанная система сможет работать произвольное время и «самоподдерживаться» за счет механизма обратной связи?

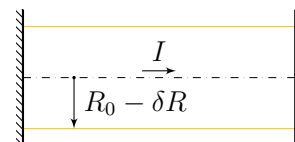
Часть 5. Чнп-З

Рассмотрим проводящую оболочку в форме цилиндра. В рамках данной части считайте что оболочка может деформироваться (сжиматься и разжиматься), не теряя своей формы и проводящих свойств. Силой упругости проводящей оболочки пренебрегайте. По поверхности проводящей оболочки течёт ток I . Внутри оболочки находится одноатомный газ при давлении p_0 .



1. (0,5 балла) Какой ток должен протекать через проводящую оболочку, чтобы она удерживалась в равновесии собственным магнитным полем?

Рассмотрим ситуацию, при которой произошло равномерное по всей длине сжатие проводящей оболочки (см. рисунок).



2. (1 балл) Проанализируйте устойчивость положения равновесия из предыдущего пункта. В случае устойчивого положения равновесия найдите период колебаний. Рассмотрите процесс в изотермическом и адиабатическом приближениях.

Начальный радиус цилиндра R_0 , масса оболочки на единицу длины λ , начальное давление внутри оболочки p_0 .

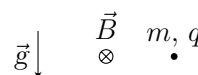
Часть 6. Алакрез

Считайте что при переходе между системами электромагнитное поле преобразуется следующим образом:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E}_0 - [\vec{v} \times \vec{B}_0], \\ \vec{B}_1 = \vec{B}_0 + \frac{1}{c^2} [\vec{v} \times \vec{E}_0]. \end{cases}$$

Здесь \vec{v} – скорость системы отсчёта 1 в системе отсчёта 0, $v \ll c$.

Шарик массой m с положительным зарядом q начинает движение в гравитационном и магнитном полях. Поля считайте однородными.



Индукция магнитного поля равна B и направлена параллельно горизонту (см. рисунок).

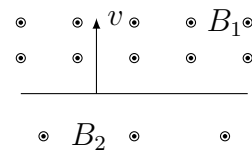
1. (2 балла) На какое расстояние сместится шарик в лабораторной системе отсчёта через достаточно большое время T .
2. (0 баллов) В какой системе отсчёта электрическое поле будет компенсировать силу гравитации?
3. (0 баллов) Как будет двигаться шарик в этой системе отсчёта?

Считайте, что удара с поверхностью Земли не происходит. $qсB \gg mg$.

Часть 7. Камакот

Дрейф в неоднородном магнитном поле

Пространство разделено на две области плоскостью, через которую могут свободно проходить заряженные частицы. В одной области пространства индукция магнитного поля равна B_1 , в другом — B_2 . Поля однородны и параллельны друг другу. Перпендикулярно плоскости раздела выпускают частицу со скоростью v_{\perp} в сторону с индукцией B_1 .



1. (0,5 балла) Опишите движение частицы. Определите дрейфовую скорость частицы.
2. (0 баллов) Будет ли скорость из предыдущего пункта одинакова по модулю для частиц с противоположными зарядами? По направлению?
3. (0 баллов) Сделайте выводы на основе предыдущего пункта, если в пространстве много положительно заряженных (ионов) и отрицательно заряженных (электронов) частиц. Возникнет ли какая-то сила, удерживающая эти заряды от дрейфа?

Магнитные поля

4. (0 баллов) Найдите индукцию магнитного поля на расстоянии a от бесконечного прямого провода, если через провод протекает ток I .
5. (0 баллов) Найдите индукцию магнитного поля на расстоянии a от кольцевого провода, если через провод протекает ток I , а радиус проводящего кольца $R \gg a$. Сравните с предыдущим пунктом.
6. (0 баллов) Найдите индукцию магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида, если через обмотку этого соленоида протекает ток I , плотность намотки n .
7. (0 баллов) Найдите индукцию магнитного поля внутри тороидальной катушки, если малый радиус тора равен a , большой — R , плотность намотки n , ток I . Считайте, что $R \gg a$. Сравните с предыдущим пунктом.

Считайте, что других источников магнитного поля в задаче нет.

Винтовая линия

8. (0 баллов) Центр вращения некоторой точки равномерно движется вдоль оси OZ со скоростью v_z . Точка вращается в плоскости XY вокруг этого центра. Радиус враще-

ния — a , скорость — v_φ . Как должны соотноситься скорости v_z и v_φ , чтобы частица вернулась в начальные координаты x, y (но не z), пройдя вдоль оси OZ расстояние равное $2\pi Rq$?

9. (0 баллов) Решите предыдущую задачу на торе, для которого $a \ll R$. Схематично Нарисуйте траекторию частицы.

Считайте расстояния $2\pi Rq$ и a известными.