



# Кубок ЛФИ

11.s05.e04

*Двигайся, как луч света, летай, как молния,  
бей, как гром, вращайся вокруг устойчивого центра.*

*Морихэй Уэсиба*

## Геометрическая акустика

«Туман» — подумал Ёжик и почувствовал себя как дома.

Остров ему сразу понравился, и он решил ненадолго отделиться от группы и побродить в естественных для него синоптических условиях. Он брел всё дальше и дальше, уходя вглубь острова, туда, где туман становился всё более и более густым, а крики чаек всё тише и тише. А в какой-то момент, точно неизвестно какой, ведь Ёжик, как всегда, потерял счёты времени, он практически споткнулся о слабо протоптанную тропинку. Ёжик обрадовался ей, ведь помимо времени он уже довольно давно потерял и дорогу. И даже компас, подаренный одним из джентльменов, не мог ему помочь, т.к. его стрелка довольно флегматично ходила по кругу так, словно она в детстве мечтала стать секундной, а вовсе не стрелкой компаса.

Ёжик побрёл по извилистой тропинке и представлял, что это не она так сильно петляет причудливыми зигзагами, а мир вокруг. Он шёл долго, очень долго, но в какой-то момент заметил, что туман стал рассеиваться, а стрелка компаса успокаиваться. Она уже не крутилась так, будто она стрелка от часов, а показывала всё время одно и то же направление – вдоль извилистой тропы. Ёжик продолжил идти и вскоре, в уже слабой дымке тумана он увидел купол обсерватории. Никогда в жизни он не был ещё так счастлив, как в этот момент. Его лапки засемили трусцой, а обсерватория, которая не петляла так, как мир вокруг приближалась всё быстрее и быстрее.

Внутри обсерватории никого не оказалось, но было очень уютно. Ёжик, первым делом, посмотрел в телескоп и увидел, что он настроен на какую-то планету, поверхность которой была украшена кратерами самых разных размеров.

С трудом оторвавшись от завораживающего вида, Ёжик осмотрелся и только сейчас заметил по центру комнаты большой лабораторный стол с большим количеством интересных приборов. Он с трудом вскарабкался на высокий табурет и стал их внимательно изучать. Внимание Ёжика привлекли два отшлифованных диска из очень странного холодного материала на поверхностях которых были прикреплены акустические датчики и источники. Рядом с первым диском находилась бирка «Parabola», а со вторым «Iron III-Оm». Недалеко от них лежал открытый лабораторный журнал.

Из этих исследований Ёжик узнал, что распространение звука в среде с акустическим показателем преломления  $n$ , аналогично распространению света и для него точно также выполняется закон Снелла. Во всем лабораторном журнале было принято, что при  $n = 1$  скорость распространения акустического луча равна  $c$ , а все положения точек в плоскости диска заданы в координатах  $x/l, y/l$ . Расстояние  $l$  известно.

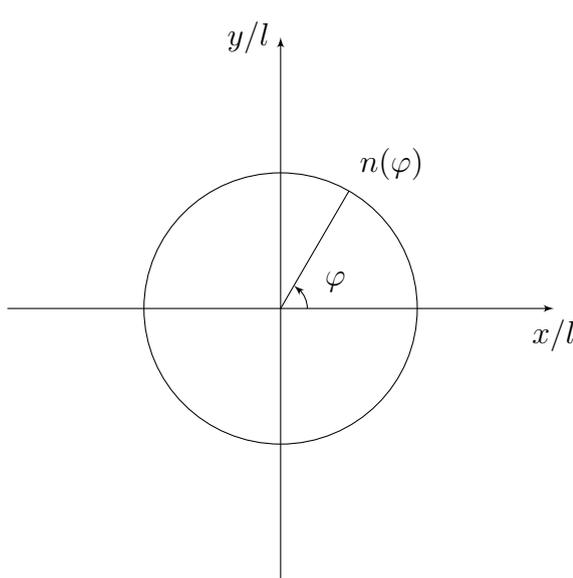
## Часть 1. Parabola

Акустический показатель преломления диска зависит только от угла  $\varphi$ . В точке  $A(0; 1)$  показатель преломления равен  $n(\varphi) = 1$ .

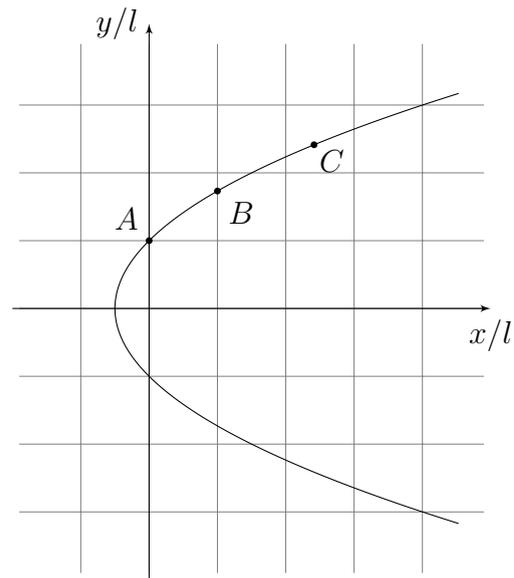
1. (0 баллов) Найдите угол  $\varphi$  для точки  $A$ .

Траектория акустического луча представляет из себя параболу  $\Pi$  (см. рис. 1b), проходящую через  $A(0; 1)$ ,  $B(1; \sqrt{3})$ ,  $C(1 + \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$

2. (2 балла) Найдите время, через которое луч достигнет точки  $B(1; \sqrt{3})$ , если его запускают из точки  $A$ .
3. (2 балла) Найдите зависимость показателя преломления от угла  $n(\varphi)$ .



(a) Полярные координаты

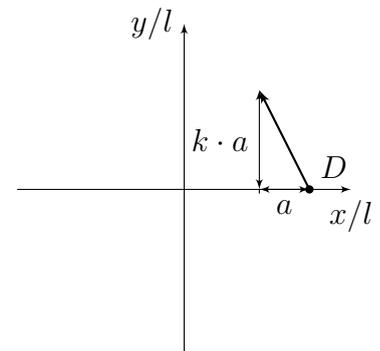


(b) Парабола  $\Pi$

## Часть 2. Iron III-Om

Из лабораторного журнала Ёжик узнал, что акустический луч испускают из точки  $D(4,0)$  под некоторым углом (см. рис. справа) Показатель преломления материала диска вдоль траектории луча изменяется по закону  $n = e^{-\varphi \cdot k}$ ,  $k > 0$ .

1. (2 балла) Найдите уравнение траектории луча.
2. (2 балла) Через какое время луч первый раз пересечёт ось  $OY$ ?
3. (2 балла) Найдите минимальное значение угловой скорости вращения луча  $\omega(k, \varphi)$  по  $k$  при фиксированном  $\varphi$  спустя достаточно большое время.



Считайте, что угол меняется вдоль траектории непрерывно.

Вам может пригодиться следующая формула:

$$\frac{d}{dx} \left( \sin \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}.$$

Первая подсказка — 20.05.2024 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 22.05.2024 12:00 (МСК)

Окончание четвертого тура — 24.05.2024 20:00 (МСК)

Разбор четвертого тура — 24.05.2024 20:00 (МСК)