



Кубок ЛФИ

11.s05.e03

Hint 2

ВАЖНО! Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

где p_i — балл за пункт, а k_i — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный до **этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка. **С момента перехода на альтернативную подборку возможности вернуться к решению основной задачи нет.** Также, после перехода на альтернативную задачу **баллы за основную задачу обнуляются.**

Альтернативная задача

Скрежет в коридоре начинает понемногу затихать, но ты предусмотрительно не спешишь покидать место, которое когда-то использовалось как кабинет. Внимательно изучив видеограф, перещелкав все тумблеры и изучив карту, ты ждешь, когда шум в коридоре стихнет до нуля.

Машинально откинув крышку брегетов, ты видишь, что часы стоят на месте. Есть ощущение, что надо удивиться, но это место приучило этого не делать. Ты лишь флегматично решаешь, что раз время стоит на месте, то его надо или провести с пользой, или убить. За неимением лучшего, ты начинаешь изучать кабинет более подробно и вскоре замечаешь, что стрелки брегетов ходят вместе (а может быть вслед?) с (за?) тобой. Сделав несколько плутающих движений по кабинету и внимательно следя за стрелкой часов, ты понимаешь, что она перемещается не случайно, а показывает на одно и то же место в кабинете.

Внутри все становится ватным от недавних воспоминаний того, что было в коридоре, но ты все равно подходишь к той части стены кабинета, на которую показывают стрелки часов. Внимательно изучив ее, ты замечаешь, что одна из настенных плиток выступает чуть сильнее остальных. Дрожащей рукой ты нажимаешь на нее и слышишь, как срабатывает старый механизм, и хитрая система рычагов и противовесов открывает небольшой тайник.

Ты подкручиваешь свет газоразрядной лампы и видишь, что в нем лежит старая тетрадь. Аккуратно перелистывая ее, ты понимаешь, что это черновики того, кто работал здесь над всеми этими механизмами, которыми забит этот чертов тоннель.

Записи из Черновиков. Часть 1

Трехмерная электростатика

Рассмотрим произвольную замкнутую поверхность S , внутри которой находится суммарный заряд Q . По теореме Гаусса

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

где Φ — это поток электрического поля \vec{E} через поверхность S :

$$\Phi = \int_S E_{\perp} dS.$$

Здесь E_{\perp} — это проекция вектора \vec{E} на внешнюю нормаль к поверхности S .

С помощью теоремы Гаусса и соображений симметрии можно найти, например, поле точечного заряда Q . Рассмотрим в качестве поверхности сферу радиусом r с центром в точке, где находится заряд. Из симметрии получаем, что во всех точках сферы напряженность поля заряда одинакова по модулю и перпендикулярна сфере. Тогда

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_S E(r) dS = E(r) \int_S dS = E(r) 4\pi r^2.$$

Отсюда получаем

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

1. (1 балл) Найдите напряженность электрического поля длинной тонкой прямой проволочки, на единицу длины которой приходится заряд \varkappa .
2. (1 балл) Найдите электрический потенциал длинной тонкой прямой проволочки, на единицу длины которой приходится заряд \varkappa .

Двумерная электростатика

3. (1 балл) Сформулируйте аналог теоремы Гаусса для двумерного случая.
4. (1 балл) Найдите поле точечного заряда в случае двумерной электростатики.
5. (1 балл) Найдите потенциал точечного заряда в случае двумерной электростатики.

Шайба

В декартовых координатах в двумерном случае градиент функции $f(x,y)$ в точке с координатами (x,y) — это вектор, который равен

$$\text{grad} f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{e}_y,$$

где \vec{e}_x и \vec{e}_y — это единичные векторы, направленные вдоль осей OX и OY .

6. (0 баллов) Вычислите градиент функций $f(x,y) = axy^2$ и $g(x,y) = b(x^2 + y^2)$, где a и b — известные размерные постоянные.

Градиент функции $f(x,y) = f(\rho)$, зависящей только от $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ проще вычислить в полярных координатах. Он равен

$$\text{grad} f(\rho) = \frac{df}{d\rho} \vec{e}_\rho,$$

где \vec{e}_ρ — это единичный вектор, который в каждой точке направлен вдоль радиус вектора.

7. (2 балла) Шайбу вновь ставят в центр пленки, как в первом пункте основной задачи. Рассмотрим окружность γ радиусом r , центр которой совпадает с центром пленки. Найдите поток поля $\text{grad} z(x,y)$ через γ .

Записи из Черновиков. Часть 2

В тайнике ты находишь старую и потрепанную пленку и еще две тетради, каждая из которых на вид старше этого тоннеля.

Зарядить приемник видеографа и посмотреть [запись](#)

[Тетрадь 1](#)

[Тетрадь 2](#)

Длинная тонкая проволочка расположена параллельно оси длинного металлического цилиндра радиусом R на расстоянии $r < R$ от его оси. Вдали от ее краев на единицу длины приходится заряд \varkappa на проволочке и $-\varkappa$ на цилиндре.

8. (2 балла) Найдите изображение проволочки в цилиндре.
9. (1 балл) Найдите силу взаимодействия между проводниками, приходящуюся на единицу длины.