

Кубок ЛФИ

11.s05.e01

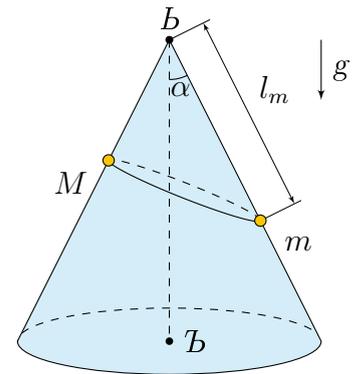
*Путешествие — вот что приносит нам радость, а не цель.
Дэн Миллэн, «Путь мирного воина»*

Муравьишка-Пилигримъ

Часть 1. Статика

Одним солнечным днем Муравьишка-Путешественник и его хороший друг Паук-Сенокосец нашли кулёк, сделанный из глянцевой бумаги. Кулёк имел форму прямого конуса с известным углом полураствора α и расположен он был так, что его ось BB была вертикальна. Ускорение свободного падения g .

Глянцевые журналы гладкие, и чтобы удержаться на кулёчке, Паук сплел две невесомые и нерастяжимые одинаковые нити длины l и с их помощью повис вместе с Муравьишкой на конусе так, как показано на рисунке. Хорошо известно, что паутина Паука-Сенокосца липкая, поэтому трение между ней и кулёчком отсутствует.

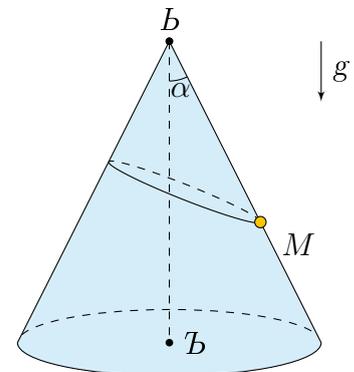


Считая массы Муравьишки и Паука равными m и M соответственно, определите:

- (0,5 балла) Силу натяжения нитей T_0 в положении равновесия, если массы Паука и Муравьишки одинаковые, а угол $\alpha = \pi/6$;
- (1 балл) На каком расстоянии l_m от вершины B будет располагаться Муравьишка в положении устойчивого равновесия, если массы насекомых отличаются;
- (1 балл) Силы натяжения нитей T в положении равновесия;
- (0,5 балла) При каких углах α такое равновесие возможно.
- (1 балл) Муравьишку сместили вниз вдоль образующей на небольшое расстояние и отпустили; определите период возникших колебаний; в этом пункте считайте, что $m = 2M$.

Когда Муравьишка убежал домой, Паук сплел массивную однородную нерастяжимую нить неизвестной длины и постоянной толщины и повис при помощи нее на кулёчке (см. рисунок). Концы нити прикреплены к насекомому. Известно, что минимальное и максимальное расстояния от различных точек нити до вершины B равны $l_{min} = l_0$ и $l_{max} = 2l_0$ соответственно, где l_0 — неизвестная величина. Линейная плотность нити $\lambda = M/l_0$. Определите:

- (1,5 балла) Максимальную силу натяжения нити T_{max} .

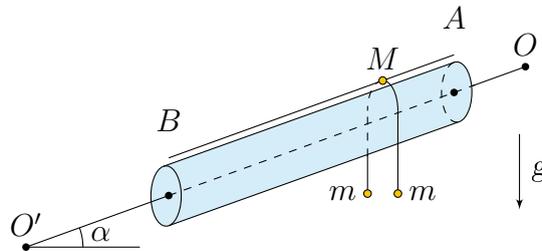


На ветру кулек вместе с Пауком раскрутился вокруг вертикальной оси $B\bar{B}$ так, что данная механическая система вращается с некоторой постоянной угловой скоростью ω . Известно, что расстояние от любой точки нити до вершины конуса B не изменяется в процессе движения, а минимальное и максимальное расстояния равны $l'_{min} = al_0$ и $l'_{max} = bl_0$ соответственно, причём $a \neq b$, а $\omega^2 = 2fg/l_0$, где a, b, f – известные константы. Нить и Паук не отрываются от поверхности кулёчка. Определите:

7. (0,5 балла) На сколько отличаются максимальная и минимальная сила натяжения нитей ΔT .

Часть 2. Динамика

Небольшая бусинка массой M может скользить без трения вдоль длинной тонкой направляющей AB , находящейся бесконечно близко к самой верхней образующей длинной гладкой цилиндрической соломинки радиуса R . Ось соломинки OO' наклонена к горизонту под углом α . К бусинке двумя невесомыми нитями из паутины длиной $5R$ каждая прикрепились небольшие одинаковые паучки массами m ($m \gg M$). Ускорение свободного падения g . Нити считайте упругими и нерастяжимыми.



Бусинку удерживают в некотором положении, система находится в равновесии. Определите:

1. (0,5 балла) Какую минимальную внешнюю силу F_0 нужно прикладывать к бусинке для этого.

Бусинку отпускают. Определите:

2. (0,5 балла) Ускорение паучков $a_{\text{п}}$ непосредственно сразу после того, как бусинку отпустили;
3. (1 балл) Через какое время τ после этого прямая, соединяющая паучков, удаляется в первый раз на максимальное расстояние l_m от оси OO' ;
4. (0,5 балла) Чему равно это расстояние;
5. (1 балл) На каком расстоянии l_2 от оси окажутся паучки через время 2τ после того, как отпустили бусинку;
6. (0,5 балла) Чему равна скорость паучков v_2 в этот момент.

Первая подсказка — 29.04.2024 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 01.05.2024 12:00 (МСК)

Окончание первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)

Разбор первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)