

# Кубок ЛФИ 2023

11.s04.e04

*Жизнь закончилась как плёнка,  
Но детский крик, и всё сначала...  
группа «Дороги меняют цвет»*

## Проявление

В рамках данной задачи исследуются равновесные конфигурации **плоских** систем с фиксированным периметром под влиянием сил поверхностного натяжения. Во всех пунктах задачи считайте все плёнки **односторонними** и лёгкими, а коэффициент поверхностного натяжения плёнки, окружающей четырёхугольник, равным  $\sigma$ . Гравитационным взаимодействием можно пренебречь.

## Равновесие четырёхугольника в плёнке

Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = c$  и  $DA = d$  состоит из стержней, соединённых шарнирно и окружён мыльной плёнкой, которая внутри него не протекает.

1. (1 балл) Пусть  $a = 3l$ ,  $b = l$ ,  $c = d = 2l$ . Найдите площадь четырёхугольника в положении равновесия с точностью 1%.
2. (1 балл) Удерживая четырёхугольник из предыдущего пункта в положении равновесия, внутри него добавили плёнку с коэффициентом поверхностного натяжения  $2\sigma$ . Фигуру отпустили, придав ей малое случайное возмущение. Найдите возможные значения площади фигуры в новом положении равновесия.
3. (3 балла) При произвольных  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и без внутренней пленки найдите угол  $ABC$  четырёхугольника в положении равновесия.

## Колебания четырёхугольника

Невесомые стержни  $AB$  и  $BC$ , а также  $BC$  и  $CD$  последовательно соединены шарнирами  $B$  и  $C$  соответственно массы  $m$  каждый. Концы  $A$  и  $D$  шарнирно закреплены на концах неподвижной спицы. В область между стержнями и спицей плёнка не протекает.  $AB = 4l$ ,  $BC = CD = AD = 2l$ .

4. (1 балл) Найдите угол  $BAD$  в положении равновесия системы.
5. (3 балла) Найдите период малых колебаний системы вблизи положения равновесия.

6. (1 балл) Внутри четырёхугольника, удерживая его в положении равновесия, вновь добавили плёнку с коэффициентом поверхностного натяжения  $2\sigma$ . Фигуру отпустили, придав ей малое случайное возмущение. Найдите возможные значения площади фигуры в новом положении равновесия.

Первая подсказка — 15.05.2023 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 17.05.2023 12:00 (МСК)

Окончание четвёртого тура — 19.05.2023 20:00 (МСК)

Разбор четвёртого тура — 19.05.2023 20:00 (МСК)