

# Кубок ЛФИ 2023

11.s04.e03

*Энергия даётся человеку на время,  
и однажды надо её вернуть.*

*Аватар (фильм)*

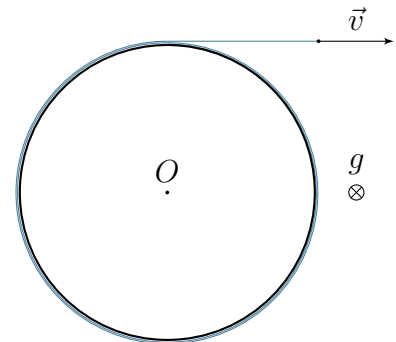
## Кольцо на шершавой поверхности

В механике вы зачастую встречаетесь с принципами, которые являются следствиями более общих утверждений. Примером является принцип экстремума потенциальной энергии, утверждающий, что в положении равновесия потенциальная энергия механической энергии принимает экстремальное значение.

В рамках данной задачи вам предлагается применить ещё один, не настолько известный принцип — принцип минимума диссипации энергии, нашедший своё главное предназначение в гидродинамике. При помощи него мы будем изучать динамику механической системы.

Изучаемая механическая система представляет собой кольцо, на которое намотана всегда натянутая невесомая нерастяжимая нить, свободный конец которой перемещается вдоль её свободного прямолинейного участка (см. рис).

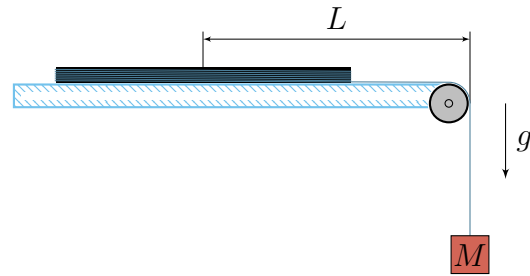
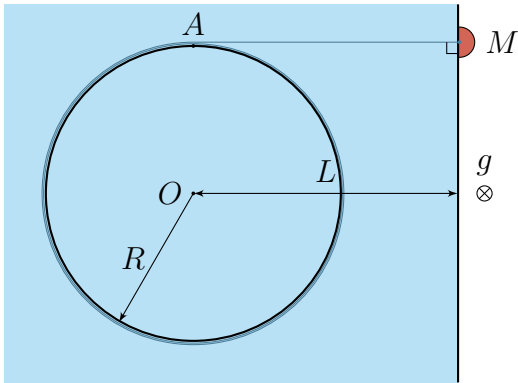
Кольцо расположено на ровной шершавой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между кольцом и поверхностью  $\mu$ . Масса  $m$  кольца и сила нормальной реакции, действующая со стороны поверхности на кольцо, равномерно распределены по его периметру. Ускорение свободного падения  $g$ .



Для определения минимально возможной силы натяжения  $T_{\min}$  свободного участка нити, при котором изначально неподвижное кольцо начнёт перемещаться, можно поступить следующим образом: если кинетическая энергия кольца постоянна, то мощность действующих на него сил должна быть равна нулю. Таким образом, задача может быть сведена к поиску минимально возможной мощности диссипации, вызванной силой трения кольца о шершавую поверхность, при фиксированном значении скорости  $v$  свободного конца нити.

1. (4,5 балла) Определите минимально возможное значение силы натяжения  $T_{\min}$  свободного участка нити, при котором кольцо начнёт перемещаться.

Рассмотрим механическую систему, показанную на рисунках ниже. На горизонтальном столе покоится кольцо массой  $m$ , радиусом  $R$ , центр  $O$  которого расположен на расстоянии  $L > R$  от прямолинейного края стола. К свободному концу нити прикреплен груз массой  $M$ .



В натянутом состоянии свободный участок нити имеет три участка:

- горизонтальный участок, ориентированный перпендикулярно краю стола;
- участок, на котором нить касается маленького невесомого блока;
- вертикальный участок.

Груз поднимают на высоту  $H$  над положением, в котором свободный участок нити натянут, и отпускают без начальной скорости.

Будем называть «процессом абсолютно неупругой деформации» такую бесконечно малую деформацию свободного участка нити, при которой равенство скоростей груза и точки  $A$  кольца, в которой оно касается свободного участка нити, сохраняется всегда после его достижения.

2. (2 балла) Определите скорость  $v_O$  центра кольца сразу после процесса абсолютно неупругой деформации свободного участка нити.
3. (3,5 балла) При каком минимальном коэффициенте трения  $\mu_{\min}$  между кольцом и столом в процессе движения кольцо остановится, целиком оставшись на столе?

Первая подсказка — 08.05.2023 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 10.05.2023 12:00 (МСК)

Окончание третьего тура — 12.05.2023 20:00 (МСК)

Разбор третьего тура — 12.05.2023 20:00 (МСК)