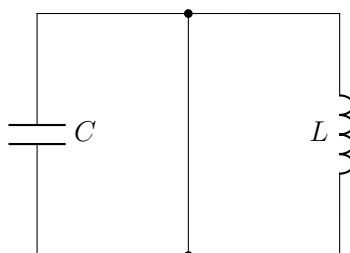


*Постоянные колебания простительны только маятнику.  
Э. Кроткий*

## Для колебаний нет причин

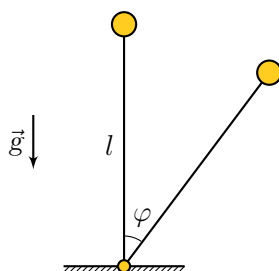


## Свободные колебания с одной степенью свободы

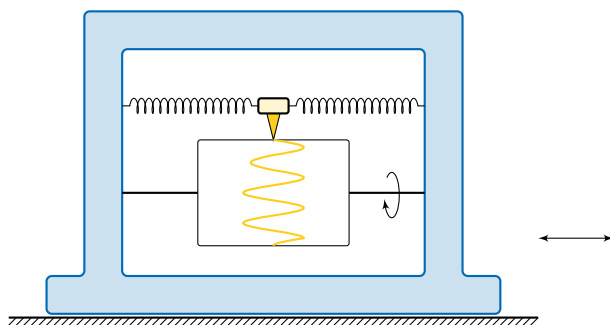
На однородном невесомом стержне длины  $l$  в поле тяжести расположен небольшой груз массой  $m$ . В основании стержня расположен шарнир, в котором возникает возвращающий момент сил, пропорциональный углу отклонения стержня  $M = -k\alpha$ , где угол  $\alpha$  — наименьший угол, отсчитываемый от вертикального положения стержня, а  $k$  — известный положительный коэффициент.

1. (1 балл) От какого безразмерного параметра зависит характер движения системы? Найдите, во сколько раз отличается частота малых колебаний такого маятника от частоты малых колебаний математического маятника длины  $l$  при различных значениях безразмерного параметра.
2. (1 балл) Изобразите все возможные фазовые портреты траектории движения такого маятника, т.е. зависимость  $\dot{\varphi}$  от  $\varphi$ , где  $\varphi$  — угол, отсчитываемый от вертикального положения маятника.
3. (1 балл) Как изменяется зависимость потенциальной энергии от угла отклонения маятника при различных значениях безразмерного параметра?

Угол  $\varphi$  может принимать любое значение.



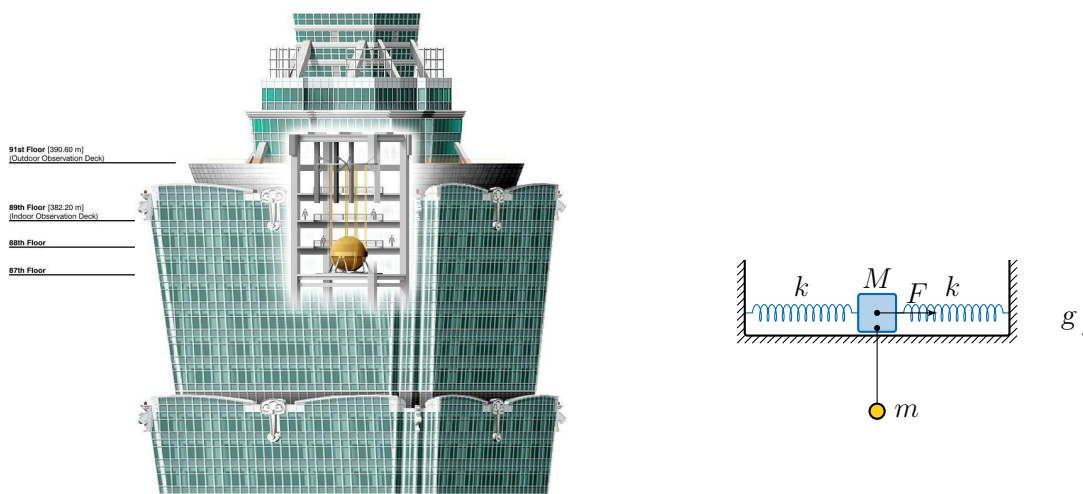
## Вынужденные колебания с одной степенью свободы



Для записи горизонтальных колебаний фундамента при землетрясении можно использовать прибор (виброграф), простейшая схема которого представлена на рисунке. К раме вибрографа прикреплены груз массы  $m$  с помощью двух пружин жёсткости  $k$  и вращающийся вокруг горизонтальной оси гладкий барабан. Запись колебаний на барабане происходит с помощью пера, закреплённого на грузе.

(1 балл) Найдите отношение амплитуды гармонических колебаний фундамента с циклической частотой  $\omega$  к амплитуде вынужденных колебаний груза, записываемых на барабан.

## Вынужденные колебания с несколькими степенями свободы



Известно, что небоскрёб «Тайбэй 101», расположенный в столице Тайваня — Тайбэе, сконструирован для эксплуатации в природных условиях, где нередки тайфуны и землетрясения. Для того чтобы противостоять сильным ветрам и предотвратить поперечные смещения башни небоскрёба, в ней установлен крупнейший инерционный демпфер колебаний — 660-тонный стальной маятник в виде шара.

Для того чтобы понять, каким образом стальной шар может уменьшить амплитуду колебаний башни небоскрёба, предлагаем исследовать простейшую модель, предложенную далее. Брусок массой  $M$ , расположенный на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплён двумя пружинами жёсткости  $k$  к стенам, как показано на рисунке. К нему подвешен небольшой шарик массой  $m$  на нити длиной  $l$ . К бруску прикладывается гармоническая горизонтальная сила  $F(t) = F_0 \cos \omega t$ .

1. (1 балл) Найдите зависимость амплитуды малых колебаний бруска и шарика в установившемся режиме от частоты  $\omega$ .

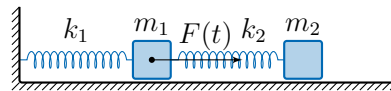
2. (1 балл) При каких условиях амплитуда вынужденных колебаний бруска будет равна нулю?
3. (1 балл) Чему равна амплитуда колебаний шарика при этом?

Вязкое трение в системе незначительно. Ускорение свободного падения  $g$ .

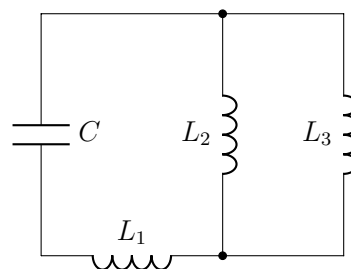
## Электромеханические аналогии

Хорошо известно, что математическая форма записи колебаний в механических системах и электрических цепях имеет одинаковый вид. Так, уравнение, описывающее колебание груза на пружине, ничем не отличается от уравнения свободных колебаний в  $LC$ -контуре. Для того чтобы провести аналогию, достаточно заметить, что уравнения, описывающие изменение координаты и заряда, полностью идентичны друг другу, необходимо лишь массу  $m$  заменить на индуктивность катушки  $L$ , а жесткость пружины  $k$  на величину, обратную к емкости конденсатора,  $1/C$ . Более того, наличие вязкого трения полностью аналогично учету сопротивления в электрических цепях, необходимо лишь заменить коэффициент вязкого трения на сопротивление резистора. В этом задании мы предлагаем вам по известной электрической схеме попробовать восстановить ее механический аналог, и наоборот, по известной механической системе попробовать получить аналогичную электрическую цепь.

1. (0,5 балла) Предложите механическую аналогию последовательному  $RLC$ -контур с источником постоянной ЭДС.
2. (0,5 балла) Предложите электрическую аналогию механическому пружинному маятнику, расположенному на горизонтальной поверхности. Жесткость пружины  $k$ , масса груза  $m$ , коэффициент трения между грузом и поверхностью  $\mu$ .
3. (1 балл) Предложите электрическую аналогию следующей механической системе. Поверхность гладкая, зависимость силы от времени — гармоническая.



4. (1 балл) Предложите механическую систему, которая будет аналогична электрической схеме, представленной на рисунке.



Авторы задач: А.А. Киреев, Л.М. Колдунов

Первая подсказка — 18.05.2020 14:00 (МСК)

Вторая подсказка — 20.05.2020 14:00 (МСК)

Финал четвертого тура — 22.05.2020 22:00 (МСК)