

Кубок VI ЛФИ

10.s06.e03

*Я прошу одного: дай мне шанс чтобы выйти из клетки
Я малого стою, я знаю, но крылья зовут
Незнакомые странные земли мне снятся нередко
И твердит в моём сердце звезда: «Там давно тебя ждут!»
Пилот. Сфинксы*

Сфинкс

Казалось, что здесь даже воздух плавился от жары. Ищущий провел языком по пересохшим и потрескавшимся губам и почувствовал металлический и горький привкус во рту. Было очень душно, а назойливые и зазывающие крики торгашей вместе с болтовней покупателей на базаре сливались в монотонный и неприятный гул. Бесконечные суэта и торг, которые буквально висели в воздухе серой, густой и темной субстанцией, видимой только Ищущему, делали это место невыносимо липким и тягучим и ощущались им словно вторая кожа, от которой невозможно было избавиться.

Надвинув поглубже капюшон потрепанного и выцветшего на солнце балахона, он пробирался через толпу, стараясь минимизировать контакты, которые порой доставляли слишком болезненные ощущения. Ищущий не знал сколько времени он уже находится в поиске, но по его внутренним часам уже шли третьи сутки без сна и без каких-либо ориентиров, кроме Тени, которой просто не могло быть здесь в это время дня, но которая продолжала его вести, явно не планируя останавливаться.

Зайдя в темный переулок Ищущий на секунду испугался, что вот-вот потеряет свою единственную зацепку, однако этого не случилось. Тень, как ни в чем не бывало, продолжала свое движение и скрылась за одной из неприметных дверей. Ищущий толкнул ее и оказался внутри.

Здесь было прохладно. Ищущий прошел в центр небольшого зала, вдоль правой стены которого тянулись полки с книгами в зеленых переплетах, украшенных золотым тиснением, а слева висел неуместный для этого помещения гобелен с изображениями спящих львов, пасущихся быков и парящих в небе птиц. Ищущий вздрогнул, увидев в глубине комнаты зеркала, с которыми у него всегда были непростые отношения.

Тяжелая дверь захлопнулась с глухим стуком, проглотив шумную суету базара. Ищущий резко обернулся и замер: перед ним стояла женщина с львиной осанкой и орлиным профилем. Её немигающие глаза, лишённые ресниц, пронзительно смотрели на него. На правой руке женщины дремал лысый кот, которого она рассеянно поглаживала тонкими пальцами.

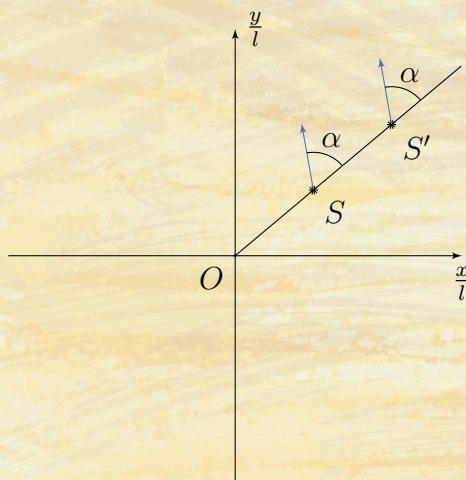
– Уйдёшь сейчас и никогда не сыщешь. Ответишь неверно и потеряешь найденное, – произнесла она.

Загадка первая

В среде с показателем преломления

$$n(x, y) = \frac{n_0}{\sqrt{\left(\frac{x}{l}\right)^2 + (1 - a^2)\left(\frac{y}{l}\right)^2}}, \quad \text{где } a \in [0, 1],$$

в точке S с координатами $\left(\frac{l}{2}, \frac{\sqrt{3}l}{2}\right)$ находится один источник света, а в точке S' с координатами $(l, \sqrt{3}l)$ другой источник света. Рассмотрим траектории лучей, выпущенных из источников под углом α к прямой SO , где O — начало координат, $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (см. рисунок ниже).



Введем полярные координаты:

$$\begin{cases} \frac{x}{l} = r \cos \varphi, \\ \frac{y}{l} = r \sin \varphi, \end{cases} \quad \varphi \in (0, 2\pi], \quad r \in [0, \infty)$$

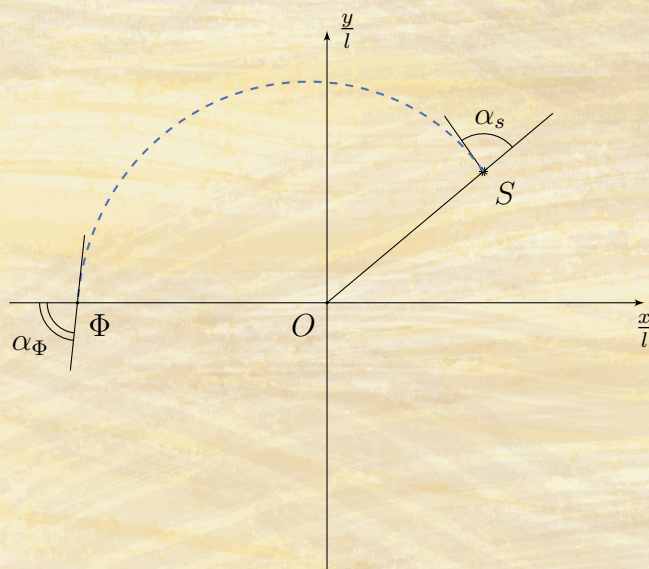
1. (1 балл) Траектории лучей пересекают ось x в точках Φ и Φ' . Найдите отношение $\frac{O\Phi'}{O\Phi}$.
2. (1 балл) Найдите траектории лучей для $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
3. (6 баллов) Найдите зависимость максимального полярного угла $\varphi_{\max}$ для траектории луча, выпущенного из S , от угла α .

Загадка вторая

Из среды выкорчевали корни и теперь показатель преломления имеет вид:

$$n(x, y) = \frac{n_0}{\left(\frac{x}{l}\right)^2 + (1 - a^2)\left(\frac{y}{l}\right)^2}, \quad \text{для некоторого } a \in [0, 1].$$

Мы по-прежнему рассматриваем луч, который выходит под углом α_S к прямой SO из точки S с координатами $\left(\frac{l}{2}, \frac{\sqrt{3}l}{2}\right)$ (см. рисунок ниже). Параметр a и угол α_S таковы, что траектория этого луча проходит через точку Φ с координатами $(-2l, 0)$, причем известно, что угол между траекторией и прямой $O\Phi$ равен α_Φ .



4. (2 балла) Найдите оптический путь для участка траектории $S\Phi$.

Нулевой Хинт — 11.05.2025 15:00 (МСК)

Первый Хинт — 12.05.2025 20:00 (МСК)

Второй Хинт — 14.05.2025 12:00 (МСК)

Окончание Третьего Эпизода — 16.05.2025 20:00 (МСК)

Разбор Третьего Эпизода — 16.05.2025 20:00 (МСК)