



Кубок VI ЛФИ

10.s06.e02

Hint 2

ВАЖНО! Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

где p_i — балл за пункт, а k_i — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что **решения основной задачи с этого момента не проверяются**, а все баллы за основную задачу **обнуляются**. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка.

Альтернативная задача

Дверь в мастерскую распахнулась. С относительно сильным опозданием, за которое его некому было отругать, в прихожую сначала ввалился звонкий поток извинений, а затем и владелец голоса — верный ученик Ганса — Мартин.

Отряхивая от воды и выворачивая накиннутую на голову кожаную куртку, он остановился на середине предложения с оправданиями и замер с нередким, для нахождения в этом месте, ошарашенным видом. С момента его последнего визита очень много изменилось.

На месте привычного порядка и детерминированности был бардак и хаос. Мартин начал осторожно и бережно перебирать и пытаться как-то систематизировать разбросанные вещи, как вдруг его взгляд упал на маленькую записку, торчащую из выделенного ученику ящика.

”Мартин, как и у всех нас, у меня очень мало времени. Но, кажется, я нашел то, что может решить эту проблему. Я что-то пропаду ненадолго, но мы обязательно с тобой встретимся в будущем. Пока меня не будет, пожалуйста, присмотри за Снупи и да, я не забыл про задания с часами, проверю, как только вернусь. P.S буду благодарен если поможешь убратся в мастерской, я, как обычно, ничего не успеваю и вряд ли это изменится в ближайшее время. —Ганс”

Вздохнув с некоторым облегчением, Мартин принялся за уборку, чтобы после вернуться к тем исследованиям часовых механизмов, которые ему доверил его старший друг.

Часть I

Известно, что благодаря силе трения в песочных часах скорость пересыпания песка из одной емкости в другую не зависит от высоты песочного столба. С помощью метода размерностей найдите с точностью до постоянной величины:

1. (2 балла) Зависимость массового расхода в таких часах от диаметра горлышка трубки d , соединяющей эти две емкости.

Плотность песка считайте равной ρ_0 , ускорение свободного падения известно и равно g . Считайте, что коэффициент трения учтен в постоянном множителе.

Часть II

В глубине мастерской на экспериментальной платформе,двигающейся вертикально вниз с постоянным ускорением $a < g$, размещены часы с математическим маятником. Найдите:

2. (0.5 балла) Отношение периодов математического маятника на неподвижной и ускоренно движущейся платформе.
3. (0.5 балла) Суточную ошибку таких часов.

Мартин увеличил длину математического маятника на 2%.

4. (0.5 балла) Определите, на сколько процентов увеличится его период.

Две неподвижные стенки находятся на расстоянии L друг от друга. Небольшое тело покоится возле левой стенки на гладком горизонтальном столе. Телу сообщают скорость

v_0 , направленную в сторону правой стенки. Известно, что при каждом ударе о стенку скорость тела уменьшается в 1,2 раза.

5. (0.5 балла) Через какое время τ тело ударится о стенку в десятый раз?

Часть III

Требуемое особой сноровки задание для Мартина заключалось в укрощении спиральной пружины. Рассмотрим спиралевидную пружину, скрученную в форме улитки так, что один конец прикреплен к валику, а другой — к заводному барабану. На рисунке слева представлена пружина в полностью спущенном состоянии, а справа в полностью заведенном. В первом случае число витков n_1 , во втором случае число витков n_2 . Если пружину полностью вытащить из заводного барабана, то в свободном (ненагруженном) состоянии она будет обладать n_0 витками.

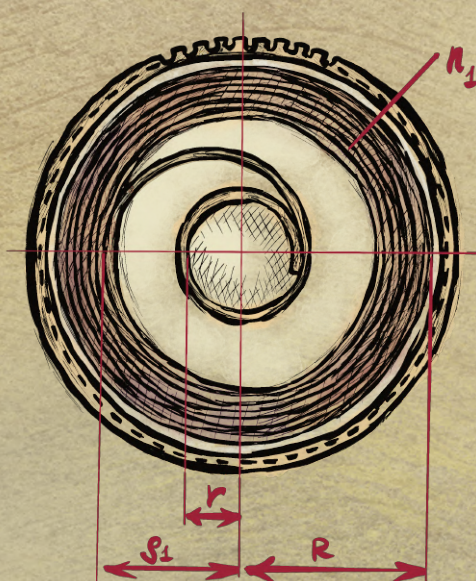


Рис. 1: Положение пружины в барабане в спущенном состоянии

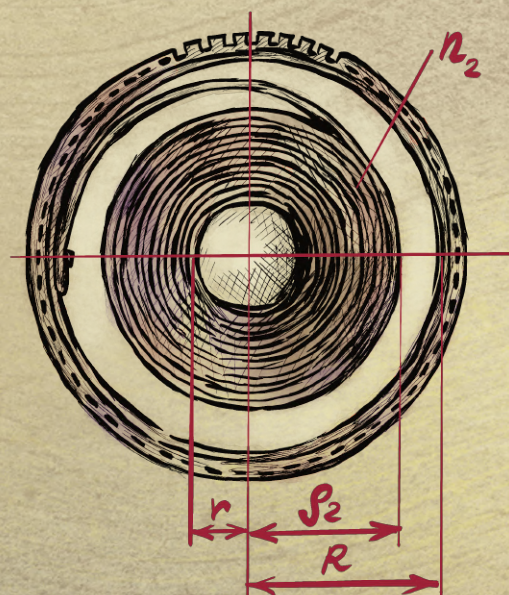


Рис. 2: Положение пружины в барабане в заведенном состоянии

6. (0.5 балла) Определите, в каком диапазоне меняется число витков закрепленной в барабане пружины.
7. (0.5 балла) Определите, при каком числе витков в пружине возникает минимальный и максимальный крутящий момент.
8. (1 балл) Постройте качественный график зависимости крутящего момента M от числа витков n и укажите на нем все характерные состояния пружины, если состоянию вынужтой из системы пружины отвечает $n = 0$.

Непогода снаружи мастерской не утихала и тем самым прогоняла любые мысли прекращении работы. Мартин с надеждой посмотрел на мигающую от перебоев электричества лампочку и невольно подумал о том, как же ему не хочется снова доставать гиревой генератор. Рассмотрим гиревой двигатель. Он представляет собой соединенные гиры,

цепь и звездочку (см. рис.). Цепь (2), перекинутая через барабан (3), крепится одним концом к гире (1). В свою очередь, второй конец цепочки в процессе движения остается свободным. Для того чтобы цепь не могла соскочить с барабана, к ее второму концу крепят крючок, который в процессе раскручивания цепляется за специальный ограничитель. Пусть R_3 – средний радиус звездочки, N – частота её вращения, а D – диаметр барабана.

9. (1 балл) Определите, за какое время t гиря поднимется на высоту H .
10. (1 балл) Чему равен крутящий момент на оси барабана?

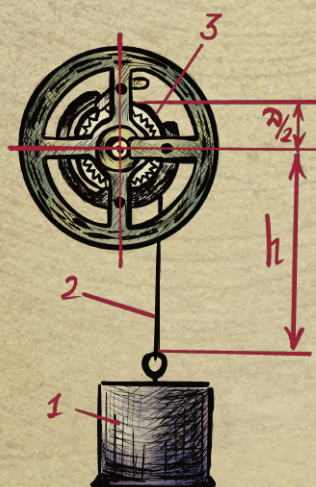


Рис. 3: Схема гиревого двигателя. 1 – гиря, 2 – цепь, 3 – звездочка.

Часть IV. Анкер

Напоследок Ганс оставил своему подопечному самое важное, почти не учебное, задание. На столе лежали в разобранном виде с виду обычные карманные часы. Но Ганс не был бы самим собой, если бы что-то в них не поменял.

В данном разделе задачи вам все так же предлагается рассмотреть механику процесса тактового хода часов. Мы будем анализировать движение в двух плоскостях: плоскость балансира и плоскость анкера, колесной системы и двигателя. Эти плоскости связаны друг с другом через упор в виде импульсного камня, который пересекает обе эти плоскости и жестко закреплен на диске балансира на некотором расстоянии от оси его вращения (см. рис. 4)).

Балансир создает периодический сигнал, частоту которого в дальнейшем мы будем использовать для задания шага временной шкалы.

Анкер, колесная система и двигатель используются для того, чтобы в момент прохождения положения равновесия балансира на короткий промежуток времени с ним контактировал анкер через импульсный камень и тем самым осуществлял “подкачку” энергии без существенного изменения периода.

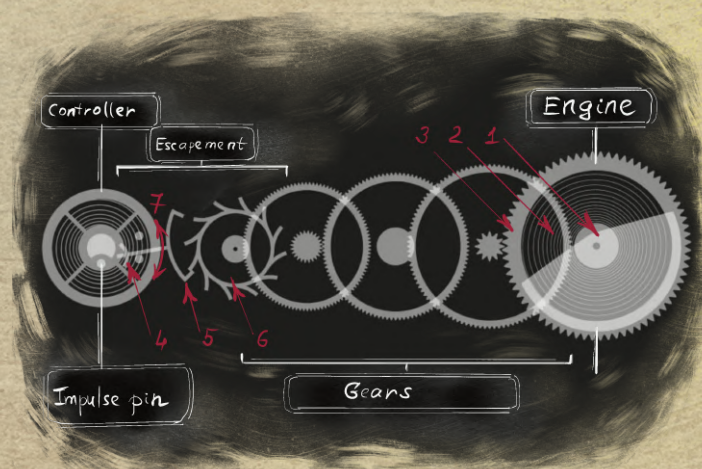


Рис. 4: Схема часового механизма. 1 – валик, 2 – заводная пружина, 3 – заводной барабан, 4 - рожек анкерной вилки, 5 – палета, 6 – анкерное колесо, 7 – направление движения анкерной вилки. Механическое движение осуществляется в двух параллельных плоскостях, которые в свою очередь параллельны плоскости рисунка. В первой плоскости расположен баланси́р, во второй плоскости расположены анкер, колесная система и двигатель. Взаимодействие между плоскостями осуществляется только через импульсный камень.

Более детально рабочий цикл механизма происходит следующим образом:

Фаза разблокировки (unlocking):

- Импульсный камень движется против часовой стрелки и входит внутрь рожка анкерной вилки.
- Происходит первое столкновение импульсного камня с внутренней поверхностью рожка анкерной вилки.
- Поворот анкера освобождает зубчатое колесо.

Фаза передачи энергии (impulse):

- Освобожденное зубчатое колесо начинает вращаться под действием момента заведенной пружины.
- Практически одновременно происходят второе и третье столкновения в анкерной системе, сопровождающие начало разгона балансира. Анкерная вилка передает момент балансиру через импульсный камень и происходит импульсный разгон колеблющейся части.

Фаза гашения (drop):

- Импульсный камень выходит из анкерной вилки.
- Практически одновременно происходят четвертое и пятое столкновения, сопровождающие блокировку анкером зубчатого колеса через контакт со следующим его звеном и торможение анкера об ограничивающий упор.

Далее освободившийся и получивший порцию энергии от двигателя колебательный механизм продолжает свое гармоническое движение, дойдя до положения максимального

отклонения, после чего разворачивается, и начинает движение в обратную сторону, повторяя все фазы цикла часового механизма. Считайте, что при обратном движении процесс разгона в импульсную фазу отсутствует в силу малости взаимодействия обратной стороны анкера и балансира.

11. (2 балла) Считая момент вращающей силы в запасающей пружине постоянным и равным M , эффективный коэффициент передачи момента к балансиру через зубчатое колесо, колесную систему, анкер и импульсный камень между ударами 3 и 4 равным n , общий момент инерции балансира равным I и много больше моментов инерции зубчатого колеса, колесной системы и анкера, модуль кручения пружины балансира равным k , угловую амплитуду колебаний равную φ , время между третьим и четвертым ударами равным t определите какую долю энергии от запасенной в колебательном движении теряет балансир за один период колебаний.