

Кубок ЛФИ

10.s05.e01

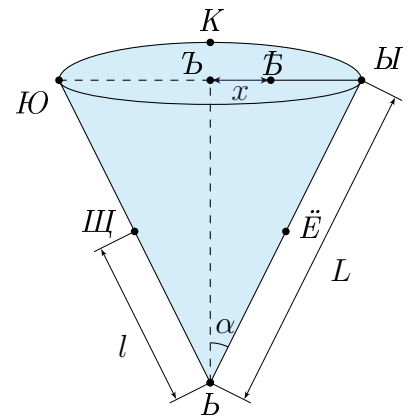
*Рожденный ползать взлетит до небес
Человек-муравей*

Муравьишка-Пилигримъ

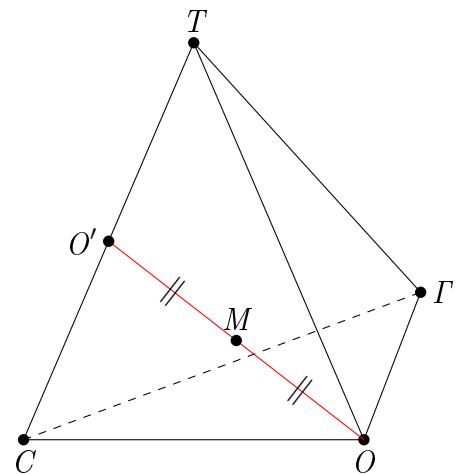
Часть 1. Кинематика

По боковой поверхности газетного кулёка в виде прямого конуса без основания может ползать Муравьишка-Путешественник. Угол полураствора конуса α .

- (1 балл) Муравьишка находился на букве \mathcal{I} , напечатанной на расстоянии l от вершины конуса. Он увлекся чтением газеты, из которой сделан кулёк, и заметил интересную букву \mathcal{H} на расстоянии $l/2$ от буквы \mathcal{B} . Он начал к ней движение таким образом, что его скорость стала изменяться по закону $v(r) = a/r$, где a — неизвестная постоянная величина, а r — расстояние до буквы \mathcal{B} . Муравьишка очень хотел добежать до нее как можно скорее, поэтому выбрал такую траекторию, чтобы добраться до буквы \mathcal{H} за минимальное время при этом не теряя ее из вида, т.е. не совершив ни одного полного витка вокруг кулёка. Найдите угол между вектором скорости Муравьишки в начале пути и образующей $\mathcal{B}\mathcal{O}$, если на подходе к букве \mathcal{H} он двигался параллельно основанию конуса.



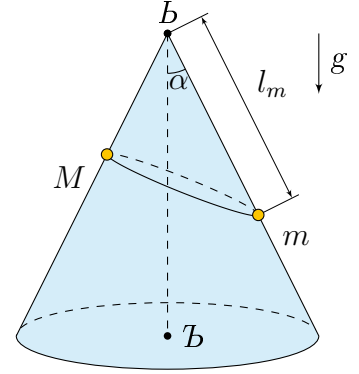
- (2 балла) Муравьишку сдуло резким порывом ветра с кулёка, и когда ветер утих, он обнаружил себя на пакете молока в виде правильного тетраэдра. Когда он пришел в себя, то обнаружил, что он сидит на букве \mathcal{M} , которая оказалась серединой высоты $\mathcal{O}\mathcal{O}'$. Чтобы лучше рассмотреть заходящее солнце, Муравьишка решил добежать до ребра $\mathcal{T}\mathcal{G}$ и, по профессиональной привычке, он захотел это сделать за наименьшее время. По грани $\mathcal{T}\mathcal{C}\mathcal{O}$ Муравьишка ползает со скоростью v , а на гранях $\mathcal{T}\mathcal{G}\mathcal{O}$ и $\mathcal{T}\mathcal{G}\mathcal{C}$ живут его старые знакомые Гусеница-Землемер и Паук-Сенокосец соответственно, которые всегда готовы подвезти Муравьишку-Путешественника на своей грани. Скорость Гусеницы при этом равна $\sqrt{3}v$, а Паука $10,2v$. Поскольку пакет молока стоит на земле, то Муравьишка не может перемещаться по грани $\mathcal{C}\mathcal{G}\mathcal{O}$. За какое минимальное время он доберется от буквы \mathcal{M} до ребра $\mathcal{T}\mathcal{G}$? Длина ребра тетраэдра равна a .



Часть 2. Статика

Одним солнечным днем Муравьишка-Путешественник и его хороший друг Паук-Сенокосец нашли кулёк, сделанный из глянцевой бумаги. Кулёк имел форму прямого конуса с известным углом полураствора α и расположен он был так, что его ось $B\mathcal{B}$ была вертикальна. Ускорение свободного падения g .

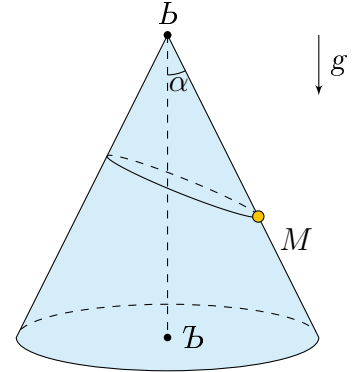
Глянцевые журналы гладкие, и чтобы удержаться на кульке, Паук сплел две невесомые и нерастяжимые одинаковые нити длины l и с их помощью повис вместе с Муравьишкой на конусе так, как показано на рисунке. Хорошо известно, что паутина Паука-Сенокосца нелипкая, поэтому трение между ней и кульком отсутствует.



Считая массы Муравьишки и Паука равными m и M соответственно, определите:

- (0,5 балла) Силу натяжения нитей T_0 в положении равновесия. В этом пункте считайте, что массы Паука и Муравьишки одинаковые, а угол $\alpha = \pi/6$;
- (1 балл) На каком расстоянии l_m от вершины B будет располагаться Муравьишка в положении устойчивого равновесия, если массы насекомых известны, но отличаются;
- (1 балл) Силы натяжения нитей T в положении равновесия;
- (0,5 балла) При каких углах α такое равновесие возможно.

Когда Муравьишка убежал домой, Паук сплел массивную однородную нерастяжимую нить неизвестной длины и постоянной толщины и повис при помощи нее на кульке (см. рисунок). Концы нити прикреплены к насекомому. Известно, что минимальное и максимальное расстояния от различных точек нити до вершины B равны $l_{min} = l_0$ и $l_{max} = 2l_0$ соответственно, где l_0 – неизвестная величина. Линейная плотность нити $\lambda = M/l_0$. Определите:



- (2 балла) Максимальную силу натяжения нити T_{max} .

На ветру кулек вместе с Пауком раскрутился вокруг вертикальной оси $B\mathcal{B}$ так, что данная механическая система вращается с некоторой постоянной угловой скоростью ω . Известно, что расстояние от любой точки нити до вершины конуса B не изменяется в процессе движения, а минимальное и максимальное расстояния равны $l'_{min} = al_0$ и $l'_{max} = bl_0$ соответственно, причём $a \neq b$, а $\omega^2 = 2fg/l_0$, где a, b, f – известные константы. Нить и Паук не отрываются от поверхности кулька. Определите:

- (2 балла) На сколько отличаются максимальная и минимальная сила натяжения нитей ΔT .

Первая подсказка — 29.04.2024 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 01.05.2024 12:00 (МСК)

Окончание первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)

Разбор первого тура — 03.05.2024 20:00 (МСК)