



# Кубок ЛФИ

10.s05.e01

## Hint 2

**ВАЖНО!** Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

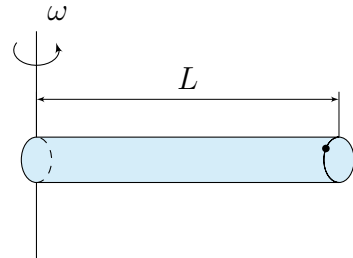
где  $p_i$  — балл за пункт, а  $k_i$  — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка.

# Альтернативная задача

## Часть 1. Муравьишка и центрифуга

Муравьишка находится внутри цилиндрической колбы длиной  $L$  у одного из ее круглых оснований. Колбу закрутили вокруг вертикальной оси, проходящей через противоположное основание с угловой скоростью  $\omega$ .

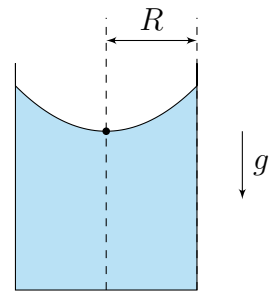


1. (1 балл) С какой минимальной скоростью нужно оттолкнуться Муравьишке от основания, чтобы добраться до середины колбы?

Внутренние стенки колбы гладкие, удары муравья о стенки абсолютно упругие.

## Часть 2. Муравьишка и цилиндрический сосуд

Муравьишка упал в цилиндрический стакан радиуса  $R$ , заполненный водой и чтобы его (Муравьишку, не стакан) спасти, сосуд с водой раскрутили вокруг его вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ , и спустя долгое время мгновенно заморозили (воду, не Муравьишку). Муравьишка очнулся в центре образовавшейся ледяной поверхности и стал пытаться из нее выбраться.



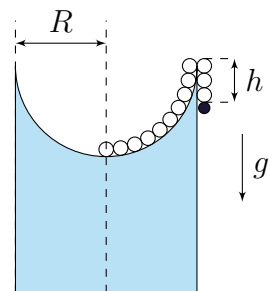
1. (1 балл) Какую минимальную скорость в горизонтальном направлении нужно сообщить Муравьишке, чтобы у него получилось?

Поверхность льда абсолютно гладкая. Радиус сосуда  $R$ . Примите-с ускорение свободного падения  $g$ . Считайте что дно стакана покрыто водой и жидкость достигает верхнего края стакана.

## Часть 3. Гусеничная передача

Муравьишка осознал, что самостоятельно выбраться из этой ситуации у него не выйдет. Поэтому он позвал на помощь Миетера Вульфа подругу Гусеницу. У них был план и они его стали придерживаться.

Сначала они раскатали поверхность так, что она приняла форму сферы с радиусом равным радиусу сосуда  $R$ . После этого Гусеница частично свесилась с края сосуда как показано на рисунке (длина свисающей части гусеницы равна  $h$ ) и на ее хвосте повис Муравьишка так, что они оказались в равновесии.

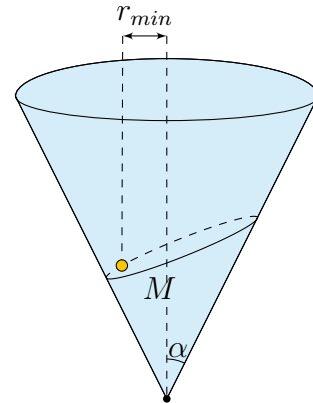


1. (2 балла) Считая Гусеницу однородой вдоль всей своей неизвестной длины  $L$ , определите отношение массы муравья к массе гусеницы.

На рисунке черным кружочком обозначен Муравьишка. Голова Гусеницы находится на дне ледяной поверхности.

## Часть 4. Муравьишка в Гламуре

Муравьишка преисполнился в скольжении по различного рода поверхностям и залез в уже знакомый конусообразный кулек с углом полураствора  $\alpha$ , сделанный из глянцевой бумаги. Он оттолкнулся и начал скользить по некоторой замкнутой траектории так, что минимальное расстояние до оси конуса в процессе движения равно  $r_{min}$ . Масса муравья  $m$ . Определите:

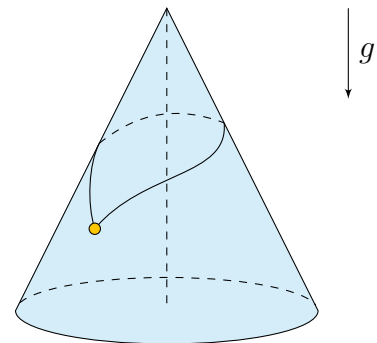


1. (0,5 балла) момент силы тяжести в момент максимального сближения с осью конуса относительно его вершины.
2. (0,5 балла) Проекцию суммарного момента всех сил приложенных к муравью на ось конуса в момент максимального сближения с ней.

Ускорение свободного падения  $g$ . Основание конуса параллельно горизонтальной поверхности.

## Часть 5. Альпы местного разлива

Муравьишка-Путешественник увидел вдалеке другой кулек, гораздо БОльшего размера и решил попробовать себя в альпинизме. Вооружившись невесомой нитью, он отправился покорять конус из гладкой глянцевой бумаги. В результате долгого восхождения он оказался в ситуации, где он висит на поверхности конуса, держась за два свободных конца нити (см. рисунок). Масса муравья равна  $m$ , длина нити  $L$ , угол полураствора конуса  $\alpha$ , ускорение свободного падения  $g$ . Определите:

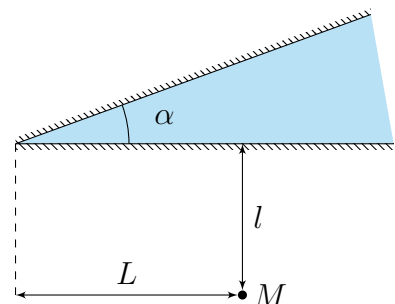


1. (0,5 балла) Силу натяжения нити  $T$ .
2. (0,5 балла) Угол  $\varphi$  между двумя концами нити, которые прикреплены к муравью.
3. (1 балла) Все возможные значения угла  $\alpha$ .
4. (0 баллов) Изменит ли свою форму нить, если у нее появится постоянная погонная плотность?

## Часть 6. Как не сесть в лужу

Муравьишка в своем путешествии оказался недалеко от лужи и захотел через нее перебраться. По суше Муравьишка бежит со скоростью  $v$ , а по луже его может подвезти его подруга Водомерка со скоростью  $v/\sqrt{2}$ .

Угол  $\alpha$  равен  $30^\circ$ . Геометрические параметры представлены на рисунке. Известно, что  $L = 2l$ . В начальный момент времени Муравьишка-Путешественник находится в точке  $M$ .



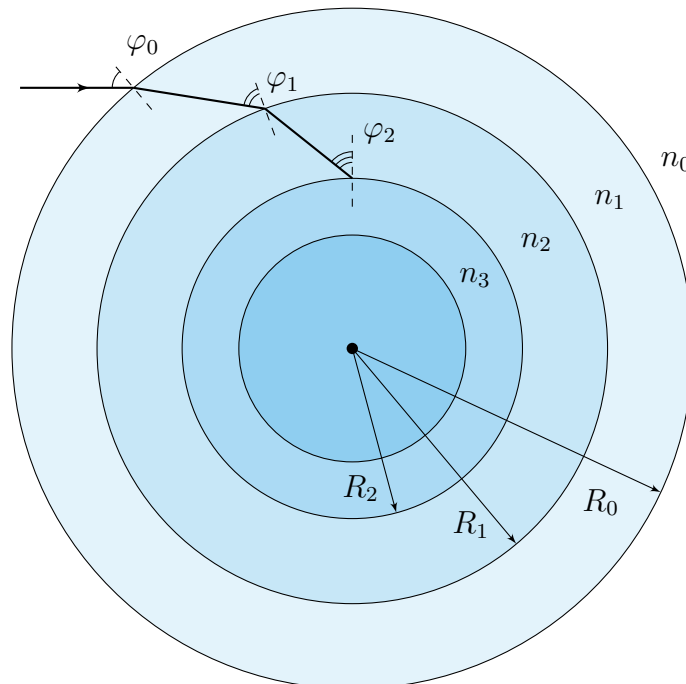
1. (0,5 балла) За какое время он достигнет противоположного «берега» лужи, если он всегда будет двигаться по перпендикулярам к следующей пересекаемой границе?
2. (0,5 балла) За какое время он доберется до противоположного «берега», если его скорость всегда направлена под углом  $60^\circ$  к ближайшей границе лужи так, чтобы приближаться к вершине угла в процессе движения?
3. (1 балл) Чему равно минимальное возможное время движения Муравьишки до противоположенного «берега»?

Считайте, что расстояние  $l$  известно. В пункте 2 угол задан относительно горизонтальной границы.

## Часть 7. Сфера

Луч света падает под углом  $\varphi_0 = 45^\circ$  на оптическую систему, состоящую из concentрических сфер разного радиуса и разного показателя преломления. Радиусы сфер равны  $R_N = R/2^N$ , а показатели преломления  $n_N = n_0 \cdot 2,5^N$ , где  $N$  – номер сферы (см. рисунок). Найдите:

1. (1 балл) угол падения луча  $\varphi_{34}$  при прохождении границы раздела сред 3 – 4?



Для решения некоторых пунктов вам могут быть полезны математические пакеты. Численные решения необходимо представить с точностью не менее 1%.