

Кубок ЛФИ 2023

10.s04.e04

*Алмаз — это кусок угля,
успешно переживший стресс.
Народная мудрость*

Неогранные таланты Паши Шишкина

Паша Шишкин решил подготовить задачу на экспериментальный тур регионального этапа по физике и сделать её по-настоящему блестящей. В Шестёрочке он нашёл шар из графита радиуса R_1 и неограниченное количество канцелярских резинок в виде колечек известного радиуса, шириной δ и толщиной h . Жёсткость всех резинок равна k и **не изменяется при любых растяжениях**. Он поставил себе цель сделать из графитового шара алмаз. Для этого он начал обжимать шар канцелярскими резинками по следующей технологии:

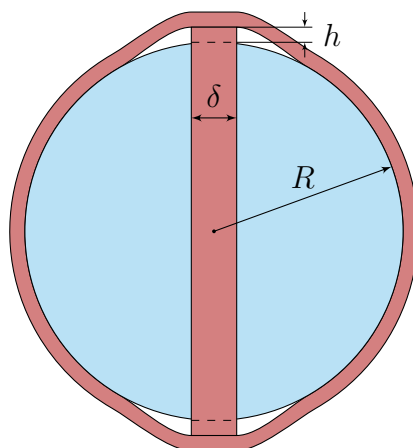
- Каждая резинка делает только один оборот и не имеет самопересечений.
- Радиус растянутой резинки совпадает с радиусом того слоя, на который она натягивается, и обязательно лежит в диаметральной плоскости шара (см. рис.).
- Резинки надеваются так, чтобы форму можно было считать шаром в пределах погрешности эксперимента.
- Трения между резинками нет, гравитация на них не действует.



Опыт 1. Подгоночный Подготовительный

Пусть резинка имеет ширину δ и толщину h , а радиус шара R . Паша надел на него первую резинку, а затем надел вторую так, что их плоскости перпендикулярны друг другу.

1. (1 балл) Оцените разницу деформаций первой и второй резинки, если их начальный радиус был равен $R_0 < R$, считая $h \ll R$ и $\delta \sim h$.
2. (Респект Паше Шишкина) Найдите объём полости, образованной пересечением этих резинок и соотношение между δ , h и R , при котором суммарным объёмом таких полостей можно пренебречь.



В следующих опытах считайте, что:

- Паша настолько талантливый экспериментатор, что объёмом воздуха внутри шара из резинок можно пренебречь вне зависимости от того, какие у них линейные размеры.
- При сжатии объём шара изменяется как

$$\alpha_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T,$$

где $\alpha_T = 3 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ — коэффициент изотермической сжимаемости, V и P — объём шара и оказываемое на него давление.

- Давление фазового перехода из графита в алмаз при комнатной температуре 27°C считайте равным 10 ГПа .

Опыт 2. Теплопроводящие резинки фиксированной площади поперечного сечения

В рамках этого эксперимента Паша отобрал те резинки, которые при деформации не изменяли свою площадь поперечного сечения и хорошо проводили теплоту. Радиус этих резинок в недеформированном состоянии был $R_0 = 80 \text{ см}$, ширина $\delta = 1 \text{ см}$, толщина $h = 40 \text{ мкм}$, жёсткость $k = 400 \text{ Н/м}$, а радиус графитового шара $R_1 = 1 \text{ м}$.

3. (4 балла) Какое количество резинок потребуется Паше Шишкину, чтобы превратить графит в алмаз?

Опыт 3. Теплопроводящие резинки фиксированного объёма

Павел продолжил свои опыты в Шестёрочке и отобрал те резинки, которые при деформации не изменяли свой объём и также хорошо проводили теплоту. Радиус резинок этого типа в недеформированном состоянии был $R_0 = 95$ см, ширина $\delta = 1$ см, толщина $h = 40$ мкм, жёсткость $k = 400$ Н/м.

4. (4 балла) Какое количество резинок потребуется Паше Шишкину, чтобы превратить графит в алмаз?

Опыт 4. Теплоизолированные резинки

Но и этого Паше было мало. Он отобрал те резинки, которые не проводили теплоту, и стал проводить аналогичный эксперимент.

5. (1 балл) Найдите аналитическую зависимость давления от температуры в этом процессе, если цель Паши Шишкина попасть в тройную точку графита ($P = 10,8$ МПа, $T = 4600$ К).
6. (Респект Щёбня) Какая начальная температура должна быть в Шестёрочке при атмосферном давлении, чтобы графит Паши Шишкина всё-таки попал в тройную точку?

При сжатии графита суммарная работа внешних и внутренних сил может быть записана как

$$\delta A_{\text{sum}} = \beta_V P T dV, \quad \beta_V = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V,$$

где β_V — изохорный коэффициент давления. Считайте, что удельная теплоёмкость графита постоянна его плотность и изохорный коэффициент давления постоянны, а коэффициенты адиабатической и изотермической сжимаемости равны друг другу.

Замечания. 1. Для поиска значений табличных величин можете воспользоваться [сервисом](#). **2.** В конце экспериментального тура вы можете съесть получившийся алмаз.

Первая подсказка — 15.05.2023 20:00 (МСК)

Вторая подсказка — 17.05.2023 12:00 (МСК)

Окончание четвёртого тура — 19.05.2023 20:00 (МСК)

Разбор четвёртого тура — 19.05.2023 20:00 (МСК)