



Hint 2

ВАЖНО! Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

где p_i — балл за пункт, а k_i — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка.

Теоретическая справка

Ответим на вопрос из основной задачи про то, какой физический смысл у ситуаций, когда один из коэффициентов $ABCD$ -матрицы равен нулю. Напомним, что уравнение преобразования лучей имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}.$$

1. Рассмотрим случай $D = 0$. Рассмотрим соответствующую строчку системы уравнений в которой есть ноль

$$v_2 = Cy_1.$$

Из этого уравнения следует, что все лучи, выходящие из одной и той же точки y_1 выйдут из оптической системы под одним и тем же углом $v_2 = Cy_1$ независимо от того, под каким углом эти лучи в неё попадали. То есть входная плоскость оптической системы является фокальной плоскостью.

2. Рассмотрим случай $B = 0$. Первая строка системы уравнений будет иметь вид

$$y_2 = Ay_1.$$

Это означает, что все лучи, выходящие из точки O с координатой y_1 пройдут через одну и ту же точку в выходной плоскости с координатой y_2 . Другими словами, входная и выходная плоскости оптической системы являются сопряжёнными (т. е. одна плоскость содержит источник, а другая его изображение). Коэффициент A в этом случае является коэффициентом линейного увеличения. Если коэффициент больше нуля, то изображение прямое, если меньше нуля, то перевернутое.

3. Рассмотрим случай $C = 0$. В этом случае мы получаем, что

$$v_2 = Dv_1.$$

Это означает, что параллельный пучок при попадании в оптическую систему остаётся параллельным. Такую систему линз принято называть *афокальной* или *телескопической*. Коэффициент D называют угловым увеличением.

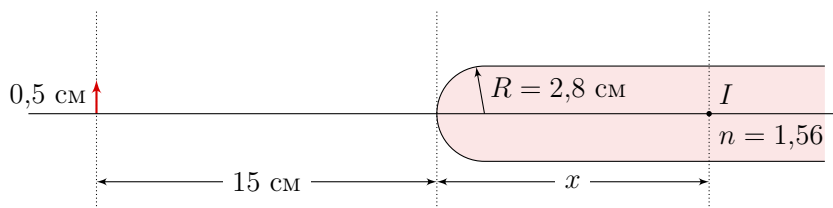
4. Рассмотрим случай $A = 0$. Соответствующее уравнение принимает вид

$$y_2 = Bv_1.$$

Это означает, что лучи, попадающие в оптическую систему под одним и тем же углом, пройдут через одну и ту же точку с координатой y_2 в выходной плоскости, откуда следует, что выходная плоскость является фокальной.

Альтернативная задача

1. (2,5 балла) Левый конец длинного цилиндрического стержня из органического стекла с показателем преломления 1,56 имеет форму выпуклой полированной сферической поверхности радиусом 2,8 см. Предмет в виде стрелки длиной 0,5 см расположен в воздухе на оси стержня на расстоянии 15 см от крайней точки этой поверхности. Определите положение и размер изображения внутри стержня.



2. (2,5 балла) Параллельный пучок света проходит через прозрачный сферический шарик диаметром 2 см из органического стекла, показатель преломления которого равен 1,4. В какой точке за шариком свет соберётся в фокус? Рассмотрите случай, когда показатель преломления стекла равен 2,0.
3. (2,5 балла) Объект размером 5 см расположен на расстоянии 3 м от экрана. Каково должно быть фокусное расстояние линзы и где её следует поместить, чтобы даваемое этой линзой изображение объекта на экране имело размер 100 см?

4. (2,5 балла) Луч света входит слева в стеклянный шар радиусом r . Показатель преломления стекла n . Когда он достигает правой граничной поверхности шара, некоторые из его лучей отражаются назад и опять появляются с левой стороны шара. Найдите матрицу преобразования лучей для этого случая, причём в качестве опорной плоскости следует взять плоскость, примыкающую слева к поверхности шара.
- Замечание.** Теорию про матрицу отражения смотрите в основной задаче 11 класса.

Примечание. Во всех пунктах считайте показатель преломления внешней среды равным единице.