



## Hint 2

**ВАЖНО!** Задача является одновременно и хинтом, и альтернативой к основной задаче. Три важных момента:

1. Вы можете продолжать присылать решение основной задачи.
2. В любой момент до финального дедлайна вы можете перейти на решение *альтернативной задачи*. Если вы это делаете, то в самом начале решения напишите: *Я перехожу на решение альтернативной задачи!* В этом случае Штрафной коэффициент за альтернативную задачу будет равен

$$0,7 \cdot \sum_i \frac{k_i \cdot p_i}{10},$$

где  $p_i$  — балл за пункт, а  $k_i$  — штрафной коэффициент за соответствующий пункт на момент перехода на Альтернативную задачу. Другими словами, максимальный балл за альтернативную задачу равен максимальному баллу, который вы можете получить в момент перехода на нее, умноженному на 0,7. Заметим, что штрафной коэффициент не может быть меньше 0,1. Также напоминаем, что решения основной задачи с этого момента не проверяются. Будьте внимательными!

3. Задача состоит из нескольких пунктов. Штрафной множитель, заработанный **до этого** применяется ко всем пунктам. В дальнейшем каждый пункт оценивается как отдельная задача. Если вы присылаете решение без какого-либо пункта, то его решение считается Incorrect. Более подробно о начислении баллов для составных задач смотрите в Правилах проведения Кубка.

## Теоретическая справка

Ответим на вопрос из основной задачи про то, какой физический смысл у ситуаций, когда один из коэффициентов  $ABCD$ -матрицы равен нулю. Напомним, что уравнение преобразования лучей имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}.$$

1. Рассмотрим случай  $D = 0$ . Рассмотрим соответствующую строчку системы уравнений в которой есть ноль

$$v_2 = Cy_1.$$

Из этого уравнения следует, что все лучи, выходящие из одной и той же точки  $y_1$  выйдут из оптической системы под одним и тем же углом  $v_2 = Cy_1$  независимо от того, под каким углом эти лучи в неё попадали. То есть входная плоскость оптической системы является фокальной плоскостью.

2. Рассмотрим случай  $B = 0$ . Первая строка системы уравнений будет иметь вид

$$y_2 = Ay_1.$$

Это означает, что все лучи, выходящие из точки  $O$  с координатой  $y_1$  пройдут через одну и ту же точку в выходной плоскости с координатой  $y_2$ . Другими словами, входная и выходная плоскости оптической системы являются сопряжёнными (т. е. одна плоскость содержит источник, а другая его изображение). Коэффициент  $A$  в этом случае является коэффициентом линейного увеличения. Если коэффициент больше нуля, то изображение прямое, если меньше нуля, то перевернутое.

3. Рассмотрим случай  $C = 0$ . В этом случае мы получаем, что

$$v_2 = Dv_1.$$

Это означает, что параллельный пучок при попадании в оптическую систему остаётся параллельным. Такую систему линз принято называть *афокальной* или *телескопической*. Коэффициент  $D$  называют угловым увеличением.

4. Рассмотрим случай  $A = 0$ . Соответствующее уравнение принимает вид

$$y_2 = Bv_1.$$

Это означает, что лучи, попадающие в оптическую систему под одним и тем же углом, пройдут через одну и ту же точку с координатой  $y_2$  в выходной плоскости, откуда следует, что выходная плоскость является фокальной.

## Альтернативная задача

1. (2,5 балла) Параллельный пучок света проходит через прозрачный сферический шарик диаметром 2 см из органического стекла, показатель преломления которого равен 1,4. В какой точке за шариком свет соберётся в фокус? Рассмотрите случай, когда показатель преломления стекла равен 2,0.
2. (2,5 балла) Объект размером 5 см расположен на расстоянии 3 м от экрана. Каково должно быть фокусное расстояние линзы и где её следует поместить, чтобы даваемое этой линзой изображение объекта на экране имело размер 100 см?
3. (2,5 балла) Окуляр телескопа Ежика состоит из двух тонких положительных линз с оптическими силами  $P_1$  и  $P_2$ , изготовленными из одного материала и расположенными на некотором расстоянии друг от друга. При каком расстоянии между линзами зависимость показателя преломления стекла от длины волны не будет влиять на оптическую силу окуляра? Считайте, что длина волны излучения лежит в небольшом спектральном интервале в окрестности длины волны  $\lambda_0$ .
4. (2,5 балла) Луч света входит слева в стеклянный шар радиусом  $r$ . Показатель преломления стекла  $n$ . Когда он достигает правой граничной поверхности шара, некоторые из его лучей отражаются назад и опять появляются с левой стороны шара. Найдите матрицу преобразования лучей для этого случая, причём в качестве опорной плоскости следует взять плоскость, примыкающую слева к поверхности шара.  
**Замечание.** Теорию про матрицу отражения смотрите в основной задаче 11 класса.

**Примечание.** Во всех пунктах считайте показатель преломления внешней среды равным единице.